В. А. ЛАЙ

ПЕРВЫЙ ГОД ОБУЧЕНИЯ АРИФМЕТИКЕ

РУКОВОДСТВО

ДЛЯ ЛИЦ, ЗАНИМАЮЩИХСЯ С ДЕТЬМИ ДОШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА

Перевод с немецкого под редакцией Д. Л. Волковского

ИЗДАТЕЛЬСТВО «РАБОТНИК ПРОСВЕЩЕНИЯ»
МОСКВА—1923

Главлит № 7049. Москва. Тираж 5.000 экз.

Типография „9-е ЯНВАРЯ“, Яузский мост, Серебряническая наб., д. 23а.

ПРЕДИСЛОВИЕ.

«Первый год обучения арифметике» представляет полное извлечение из объемистой книги немецких авторов *Лая* и *Эндерлина* «*Первый год обучения*» (Lay—Enderlin «Führer durch das erste Schuljahr»). Отдел этой книги, касающийся обучения арифметике, написан *Лаем*. Этот отдел ценен тем, что в нем излагается психологическое обоснование первоначального обучения арифметике, тогда как об этом очень мало говорится в иностранной литературе, а у нас, в России, по этому вопросу почти нет ничего серьезного. Правда, о психологическом обосновании первоначального обучения арифметике трактуется более подробно тем же Лаем в его известной работе «*Первоначальное обучение арифметике, основанное на результатах дидактических опытов*» (1916 год), переведенной с немецкого под нашей редакцией и выдержавшей в России 5 изданий; но эта книга в настоящее время вся разошлась, а надежда на новое издание вследствие обширности ее (480 стр.) едва ли осуществима в ближайшем будущем.

Мы не разделяем некоторых дидактических и особенно методических взглядов Лая по вопросу о первоначальном обучении арифметике, однако это не мешает нам отнестись с должным уважением к предлагаемой работе выдающегося автора и пожелать распространения ее среди педагогов и родителей, имеющих дело с детьми дошкольного возраста (6—7 лет). Желающих же более подробно ознакомиться со взглядами Лая по вопросу о первоначальном обучении арифметике отсылаем к серьезной, оригинальной и обстоятельной упомянутой работе того же автора, при чем рекомендуем 5-е издание (книгоиздательства В. В. Думнова) этой книги, ибо оно сравнительно с предыдущими изданиями является значительно исправленным, измененным и дополненным.

Д. Волковский.

1923 г., январь.

Первый год обучения арифметике.

Первоначальное обучение арифметике имеет своей задачей осветить круг представлений ребенка с точки зрения числовых соотношений; оно должно научить численно воспринимать и изображать количества, качества и соотношения. А так как даже восприятие вещей, как мы сейчас увидим, есть постулирование и изображение, то в основе своей оно является *изобразительным формальным преподаванием* и поэтому должно самым тесным образом примыкать к наблюдательному *предметному* обучению. Но абстрактная работа численного восприятия для многих детей чрезвычайно затруднительна. Она требует известного развития самостоятельной наблюдательности, способности к различению, сравнению, абстракции, а равно к анализу и синтезу. Поэтому «счисление» является той областью, в которой ребенок дошкольного возраста делает наименьшие успехи, если он предоставлен исключительно самому себе. Его числовые представления при поступлении в школу, как правило, не превышают 3. Ведь и многие первобытные народы пользуются для обозначения более чем 3 предметов неопределенным числительным «много», и системы счисления их построены, как на основании, на 2 или 3 [1]).

Правда, многие дети способны бегло произнести ряд числительных до 20 и более; однако здесь мы имеем дело исключительно с механическим воспроизведением чего-то заученного, в основе которого не лежат числовые предста-

[1]) Большое количество соответствующих примеров содержится в книге Лая „Руководство к первоначальному обучению арифметике". *Д. В.*

вления. Указанную способность ребенка нельзя даже назвать *счетом*, так как счег предполагает, что предметы, свойства, явления и т. д. огдельно восприняты один за другим, т.-е. постулированы сознанием, как действительно существующие, и систематически соединены в одну общую постуляцию.

Многие же дети, которые умеют так бегло считать, оказываются не в состоянии следить за последовательностью предметов при счете. Как учит наблюдение, они вначале очень легко опускают тот или иной предмет из ряда их, который они должны сосчитать. Но если даже преодолено это первое затруднение постулирования и ребенок может снабдить каждый из шести, например, предметов ряда соответствующим числительным, то это вовсе еще не означает, что по окончании счета он сознает наличность в данном случае шести предметов. Для этого необходимо, чтобы ребенок был способен систематически соединить в одно целое шесть отдельных постуляций (не предметов) и мог обозначить числительным «шесть», как результатом счета, приобретенное таким образом представление числа.

Само собой разумеется, что для процесса постулирования вовсе не требуется, чтобы данный предмет или процесс был воспринят, как объект, во всех его подробностях и со всеми его свойствами; совершенно достаточно, чтобы он был воспринят, как нечто существующее, как объект. С точки зрения психологии, действие постулирования соответствует более процессу сознания, чем содержанию или состоянию его; оно является *представлением деятельности, а не представлением объекта*, который должен быть численно воспринят, хотя простое представление объекта и входит в представление процесса численного восприятия.

Поэтому та или иная числовая форма, как результат синтегического совокупного восприятия отдельных постуляций, является не совокупным представлением отдельных предметов в форме понятия предмета, а *синтезом психического эффекта отдельных действий постулирования*, которые, будучи приобретены после наблюдения точек, штрихов и т. д. и изображения или свободной абстракции от предметов, должны рассматриваться, как *представление* или *понятие числа*. При первоначальном обучении арифметике мы и должны иметь дело лишь с числовыми представлениями.

Само собой разумеется, что процесс постулирования при счете, как и постулирование совокупности, дается начинающему обучаться арифметике тем легче, чем *однороднее* предметы и чем лучше они могут быть им восприняты вследствие известных соотношений их величины, расстояния друг от друга, расположения в пространстве, окраски и т. д. Слишком удаленные друг от друга, чрезмерно большие или малые, слишком разнообразные предметы, так же как и предметы слишком сближенные и расположенные вместе или в ряд, воспринимаются с трудом и представляют больше затруднений для соединения в синтезе числовой формы, чем предметы, обладающие известной простотой, расположением, величиной, формой и окраской. Первоначальное обучение арифметике дает поэтому наилучшие результаты, если ребенок будет при нем приобретать числовые представления не только на разнообразных по своему устройству и расположению предметах, его окружающих, но, исходя из этих последних, и на легко доступных, методически расположенных предметах—так называемых наглядных пособиях. Применение целесообразно устроенных наглядных пособий чрезвычайно облегчает ребенку трудный процесс постулирования и синтетического соединения постуляций в единое числовое представление и позволяет ему приобретать числовые представления и на разнородных объектах.

Относительно характера и устройства этих наглядных пособий до сих пор существует большое разнообразие мнений, и по вопросу о первоначальном обучении арифметике, так же как и по вопросу о первоначальном обучении письму, создалась большая экспериментально-педагогическая литература, стремящаяся внести в этот вопрос необходимую ясность. Начало ей было положено в 1898 году изданием «Руководства к первоначальному обучению арифметике» В. А. Лая.

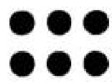
Исследования, изложенные в этом «Руководстве», имели целью установить условия возникновения основных числовых представлений у детей, проверить опытным путем ценность различных наглядных и счетных пособий и получить данные о сущности числовых представлений и понятии числа. Здесь, так же как и при обучении правописанию, опыт проектов и взгляды теоретиков, полученные из прошлого, были использованы для создания гипотез и соответствующей постановки опытов.

При этом были поставлены и исследованы опытным путем над детьми детского сада, учениками на первом году обучения и семинаристами следующие вопросы:

1. Вещи (а равно и процессы) внешнего мира и собственного организма, которые все могут быть численно восприняты и побуждают к созданию числовых представлений, вступают в наш внутренний мир только как комплексы ощущений и сознаются, как восприятия, наблюдения, представления и понятия. Так как от восприятия объектов путем вкуса и обоняния, как исходных точек при первоначальном обучении счету, мы отвлекаемся, то возникает задача: исследовать опытным путем численное восприятие предметов и явлений на основании *слуховых*, *зрительных* и *осязательных* ощущений. (Исследования, примыкающие к изложенным в «Руководстве», обычно принимали во внимание лишь зрительные ощущения.)

2. Осязание и зрение создают представление пространства, слух и зрение—представление времени. Поэтому возникает вопрос, что более способствует приобретению числовых представлений при классном преподавании: последовательность *во времени* или же смежность *в пространстве?* Дети в возрасте от четырех до шести лет должны были воспроизвести от двух до четырех ударов в ладоши, которые в течение одной секунды производил руководитель опытов и притом так, что дети слышали звук ударов, но самых ударов не видели. Несмотря на то, что опытам предшествовали предварительные пробы, дети делали ошибки даже при двух ударах, и вообще число ошибок было при этом бо́льшим, чем при восприятии *пространственного* ряда. Ритм облегчает восприятие. *Дитце*, *Шуман* и *Нану*, производившие лабораторные опыты над взрослыми, нашли, что ритмическое расчленение значительно способствует правильному численному восприятию *звуковых* ощущений и что при этом наблюдается «непреодолимое стремление» (Дитце) к группированию.

3. Терпение, Африка, паровоз составляют вместе *три* вещи, совершенно так же, как три совершенно одинаковых светящихся точки. Общим у них является то, что они имеются налицо, что они существуют. Существование, на-

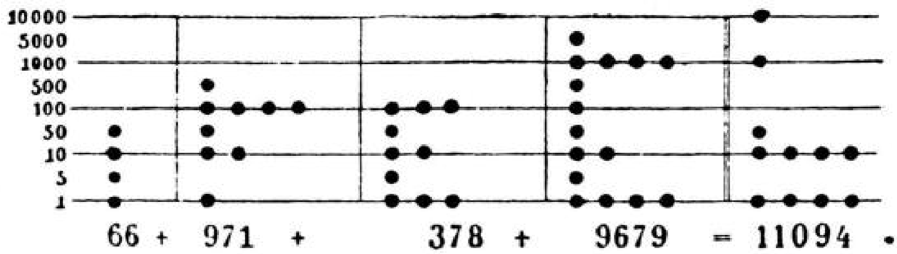
личность, постуляция являются поэтому существенным признаком числового представления. Сущность «единицы» заключается таким образом в *постулировании* предмета, в ощущении и признании его существования, в более или менее сознательном суждении: он существует. Сущностью счета является таким образом не расположение *числительных*, как это обычно принимает большинство методистов, а постулирование, которое может происходить и *без* числительных. Однако здесь, во избежание недоразумений, мы употребляем слово «счет» в его обычном значении, предполагая необходимость пользованя числительными. Представление основного числа (напр., 6) мы называем *наглядным*, если в совокупности постуляций ребенок может различить все отдельные постуляции «с одного взгляда», одновременно, мгновенно (в дробную часть секунды), как, напр., 
но не . Однако многие методисты утверждают, что мгновенно можно воспринять только одну вещь; другие же говорят, что ребенок может мгновенно численно воспринять пять и более предметов, расположенных в *ряд*. Поэтому возникает новый вопрос, имеющий весьма большое значение в практике преподавания: возможны ли для детей на первом году школьного обучения *одновременные* и *наглядные* числовые восприятия? Как далеко простираются они в случае применения *пространственного рода*, а также числовых фигур, построенных не на принципе рядов? (Ср. приводимые ниже таблицы I и II.).

Опыты над 46 учениками показали, между прочим, что после шестимесячного обучения арифметике, которое было основано на применении русских счетов, три ученика не могли воспринять более трех шаров и шесть учеников— более четырех шаров, и что граница восприятия и наглядного *представления* ряда шаров, вообще говоря, не простирается далее *трех объектов ряда*. Приборы, построенные по принципу рядов, штрихи, палочки, ряды точек и пальцы при числе их, превышающем три, не могут быть рассматриваемы, как наглядные пособия в истинном смысле этого слова, так как 6-летние дети не могут воспринимать и *наглядно* представлять более трех предметов, расположенных в ряд.

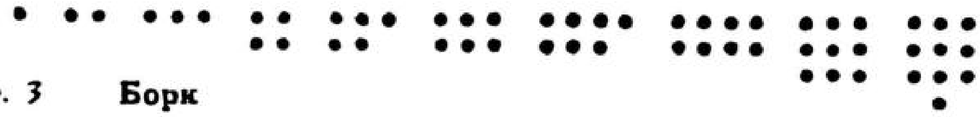
Числовые фигуры.

Таблица I.

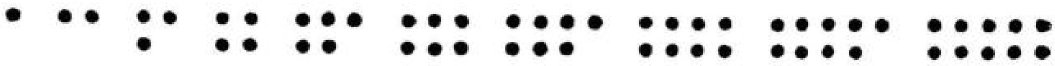
Ф. 1



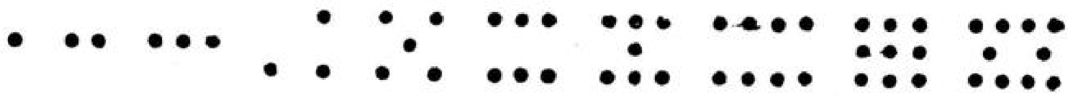
Ф. 2 Буссе



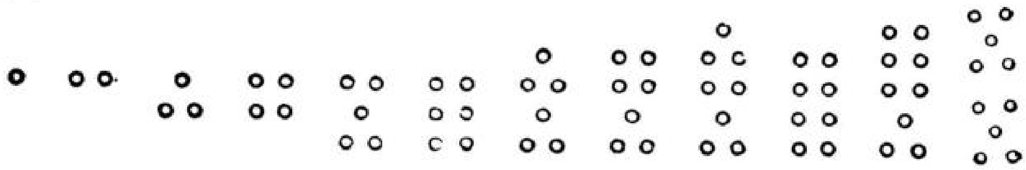
Ф. 3 Борк



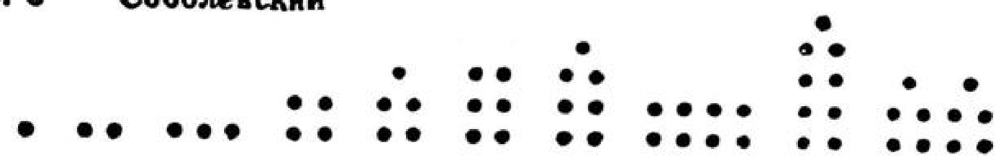
Ф. 4 Бöме



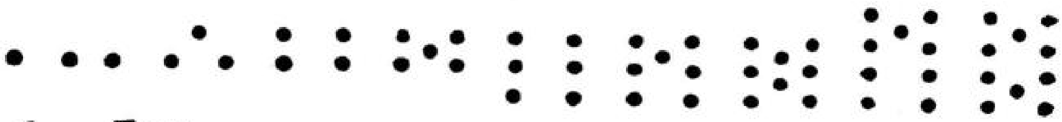
Ф. 5 Генчель



Ф. 6 Соболевский



Ф. 7 Казелии



Ф 8 Бетц

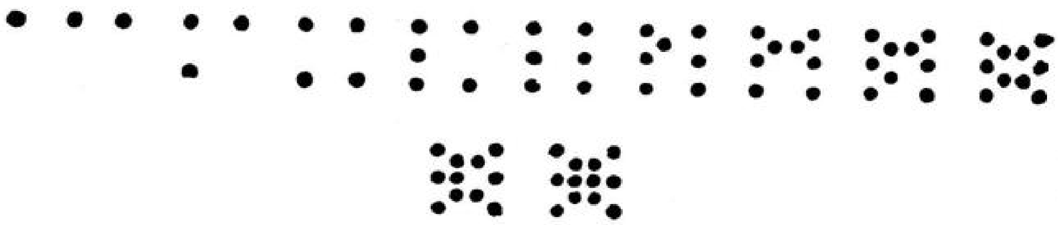
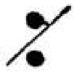
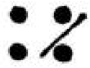
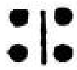


Таблица II.

1  2  3  4  

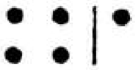
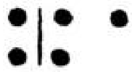
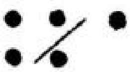
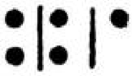
$1 + 1 = 2$
$2 - 1 = 1$

$2 + 1 = 3$
$1 + 2 = 3$

$3 - 1 = 2$
$3 - 2 = 1$
$3 - 3 = 0$

$3 + 1 = 4$
$2 + 2 = 4$
$1 + 3 = 4$

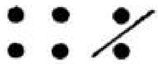
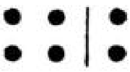
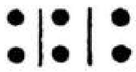
$4 - 1 = 3$
$4 - 2 = 2$
$4 - 3 = 1$
$4 - 4 = 0$

5    

$4 + 1 = 5$
$3 + 2 = 5$
$2 + 3 = 5$
$1 + 4 = 5$

$5 - 1 = 4$
$5 - 2 = 3$
$5 - 3 = 2$
$5 - 4 = 1$
$5 - 5 = 0$

$5 = 2 \cdot 2 (+ 1)$
$5 : 2 = 2 (R\ 1)$

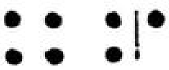
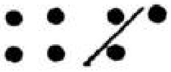
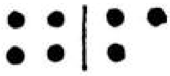
6    

$5 + 1 = 6$
$4 + 2 = 6$
$3 + 3 = 6$
$2 + 4 = 6$
$1 + 5 = 6$

$6 - 1 = 5$
$6 - 2 = 4$
$6 - 3 = 3$
$6 - 4 = 2$
$6 - 5 = 1$
$6 - 6 = 0$

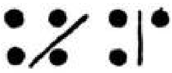
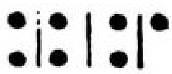
$6 = 3 \cdot 2$
$6 : 2 = 3$

$6 = 2 \cdot 3$
$6 : 3 = 2$

7   

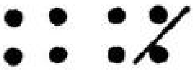
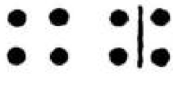
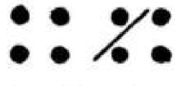
$6 + 1 = 7$
$5 + 2 = 7$
$4 + 3 = 7$
$3 + 4 = 7$
$2 + 5 = 7$
$1 + 6 = 7$

$7 - 1 = 6$
$7 - 2 = 5$
$7 - 3 = 4$
$7 - 4 = 3$
$7 - 5 = 2$
$7 - 6 = 1$
$7 - 7 = 0$

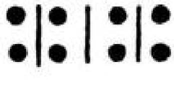
$7 = 2 \cdot 3 (+ 1)$
$7 : 3 = 2 (R\ 1)$

$7 = 3 \cdot 2 (+ 1)$
$7 : 2 = 3 (R\ 1)$

8   

$7 + 1 = 8$
$6 + 2 = 8$
$5 + 3 = 8$
$4 + 4 = 8$
$3 + 5 = 8$
$2 + 6 = 8$
$1 + 7 = 8$

$8 - 1 = 7$
$8 - 2 = 6$
$8 - 3 = 5$
$8 - 4 = 4$
$8 - 5 = 3$
$8 - 6 = 2$
$8 - 7 = 1$

$4 + 4 = 8$
$8 - 4 = 4$
$8 = 2 \cdot 4$
$8 \cdot 4 = 2$

$8 = 2 \cdot 3 (+ 2)$
$8 : 3 = 2 (R\ 2)$

$8 = 4 \cdot 2$
$8 : 2 = 4$

Гольдшейдер и *Мюллер*, *Кателль* и *Иоррен*, производившие опыты над взрослыми, нашли, что последние могут воспринять мгновенно (в 0,01 сек.) самое большее три, четыре или пять штрихов и светящихся точек, расположенных *в ряд*. (Ср. «Руководство» Лая.) В то же время дети могут *численно воспринять* до двенадцати шаров, если они расположены в виде трех квадратных числовых фигур (табл. II); у взрослых одновременное численное восприятие *сгруппированных* предметов, происходящее без счета, идет много дальше.

4. Большинство методистов учит, что «число возникает только при счете», и понимают под «счетом» такую деятельность, при которой к предметам последовательно прилагаются числительные. Спрашивается: верно ли, что числа возникают *только* благодаря счету?

Опыты над детьми детского сада, в возрасте от трех до шести лет, показали, что при применении квадратных числовых фигур дети могут воспринимать и правильно изображать точками, руководствуясь лишь *представлением*, до двенадцати точек без помощи счета и в некоторых случаях без возможности произвести счет. Что в данном случае дети воспринимали не только форму фигуры, как можно было бы думать, а действительно числа, доказывают следующие факты: 1) автор имел возможность обучать впоследствии детей счислению в пределах от 1 до 5, при чем дети к счету не прибегали и прибегать не могли, 2) при опытах д-ра Вальземана ученики записывали числа, руководствуясь лишь представлением, не точками, а *цифрами;* исследования Иоррена и Нану (1904) показали, что восприятие чисел происходит без счета, оба автора указывают на *неправильность* утверждения, будто с мгновенным совокупным восприятием большого числа объектов числовой фигуры не связывается «сознания числа».

5. Восприятие чисел так, как оно описано в п. 3-м, требует различения и совокупного восприятия предметов. Но и то, и другое, как учит опыт, обусловливается расположением, величиной, формой, взаимным расстоянием, окраской и яркостью предметов, подлежащих счету. Поэтому приходится задаться вопросом: что же следует предпочесть — ряды или числовые фигуры?

Обширные опыты, при которых время восприятия определялось метрономом, а воспринятое изображалось письменно, дали следующие результаты (ср. Лай, «Руководство к первоначальному обучению арифметике»):

a) Борновские числовые фигуры (двойной ряд), являющиеся распространенным наглядным пособием, значительно лучше рядов. Числовые фигуры и ряды были изображены черными кругами на белой бумаге (176 и, соответственно, 408 ошибок);

b) в еще большей степени Борновские числовые фигуры превосходят русские счеты (71 и, соответственно, 460 ошибок);

c) сравнение: 1) Борновских числовых фигур, 2) пальцев, 3) ряда штрихов таблиц Бильгарца (черных и красных, с промежутком после пятого штриха), дало следующие результаты: 1) 14, 2) 51, 3) 107 ошибок.

Впоследствии *д-р Вальземан* получил при рядах штрихов 451 и при Борновских числовых фигурах всего 28 ошибок, а *Шнейдер* при приборе Тиллиха 259,9 и при Борновских числовых фигурах только 34,5 ошибки.

Все эти опыты доказывают, что числовые фигуры значительно превосходят ряды, а приборы, построенные по принципу числовых фигур, значительно лучше приборов, построенных по принципу рядов, хотя последние все еще преимущественно применяются. Любопытные опыты над взрослыми, выполненные *Гольдшейдером* и *Мюллером*, *Эрдманом* и *Додге*, *Кюльпе*, *Кателлем*, *Дитце Уорреном*, *Мессенджером*, *Нану* (1904), *Арнеттом* (1905), согласно доказывают, так же как и опыты автора, что при применении групп восприятие чисел происходит значительно легче и быстрее, чем при применении рядов;

d) сравнение числовых фигур Бетца и квадратных дали такие результаты: 375 и 239 ошибок;

e) сравнение «квадратных числовых фигур», построенных по указаниям автора, и Борновских групп показало, что первые следует предпочесть вторым (194 и 247 ошибок). Результаты опытов, произведенных над «числовыми фигурами Лая», которым были приданы несоответствующие размеры, как, например, в опытах Вальземана, конечно, ничего не говорят против квадратных числовых фигур.

Арнетт показал, что «счет», а также сложение происходят быстрее и точнее всего в том случае, если они основаны на группах по два и четыре предмета; этому условию квадратные числовые фигуры удовлетворяют.

Людвиг Пфейфер, изучивший наши числовые фигуры при опытах над учениками, уже обучавшимися в течение $1/2$ года по Борновским числовым фигурам в форме Нюрнбергской счетной доски Трельга, нашел, что *квадратные группы по четыре объекта являются более удобным наглядным пособием как при восприятии отдельных чисел, так и при изображении действий, чем все другие числовые фигуры, в том числе и простой двойной ряд.* Результаты его опытов находятся таким образом в полном соответствии с данными автора.

6. По отношению к каждой числовой фигуре необходимо выяснить, какое влияние оказывают на восприятие расстояние и группировка, величина, форма и направление считаемых предметов, их окраска и яркость по отношению к фону.

Оказывается, a) что ряд шаров воспринимается легче, если шары не соприкасаются, а разделены небольшими промежутками; b) что наилучшей формой квадратных числовых фигур является такая, при которой отношение расстояния между смежными квадратами к расстоянию между кругами одного и того же квадрата, равному диаметру кругов, не превышает $1\frac{1}{2}$; c) изменение диаметра шаров или кругов квадратной числовой фигуры от 5 до 8 см. не оказывает существенного влияния на ее восприятие; d) горизонтальное расположение объектов предпочтительнее вертикального, часто применяемого в наглядных пособиях; e) шары и круги предпочтительнее палочек и штрихов; f) на восприятие объектов оказывает существенное влияние не та или иная окраски предметов и комбинация цветов, а разница в яркости считаемых объектов и фона; наилучшие результаты получаются при применении белых предметов на черном фоне.

7. Наконец, является вопрос о числовом восприятии объектов посредством *осязания*.

Исследования, произведенные в этом направлении, показали, что группы, особенно же квадратные числовые фигуры, и в этом случае значительно превосходят ряды, и что приборы, которые можно дать в руки ученикам для изображения и которые рассчитаны на использование и зрительных, и осязательных ощущений, являются весьма целесообразными; эти приборы могут иметь вид «счетной линейки» или доски с кнопками, как это имеет место в счетном пенале Лая. Эти «ручные пособия» могут быть заменены пуговицами или вообще предметами, резко выделяющимися на основании (напр., белые пуговицы на черном столе). Подобно «раскладыванию палочек», и «раскладывание пуговиц» является активным действием—элементарнейшей формой счисления. Ощущение деятельности постулирования может быть чрезвычайно усилено применением этого способа изображения, а синтез (соединение) отдельных постуляций в постуляцию совокупности, в числовое представление,— значительно облегчено.

На основании исследований необходимо принять следующие положения относительно возникновения и сущности числовых представлений: числовое представление есть творческий акт, конструирование, построение *отдельных постуляций* и *постуляции совокупности*, основанное на следующих способностях ребенка: 1) *различении* (анализе) вещей по их цвету, форме, величине и т. д.; 2) *совокупном восприятии* (синтезе) признаков и постуляций; 3) отвлечении от признаков (абстракции)—*постулировании единиц*, и 4) внимании, т.-е. силе воли. Все эти обстоятельства, а равно и многие другие, должны быть приняты во внимание в методике первоначального обучения арифметике, как на это и указывается в нашем «Руководстве».

Всем известно, что на первом году обучения арифметике многие дети терпят «кораблекрушение»; исследования наиболее часто применяемых методов и приборов дают этому надлежащее объяснение. Особенно тяжело положение отсталых детей; по свидетельству д-ра Касселя (Берлин), 72,8% их остаются позади соответствующей ступени, а не менее чем у 22,5% способности к арифметике вовсе отсутствуют. На основании ряда дидактических опытов и практических наблюдений мы построили счетный прибор для применения в классе и ручной счетный прибор для учеников.

Счетный ящик-пенал.

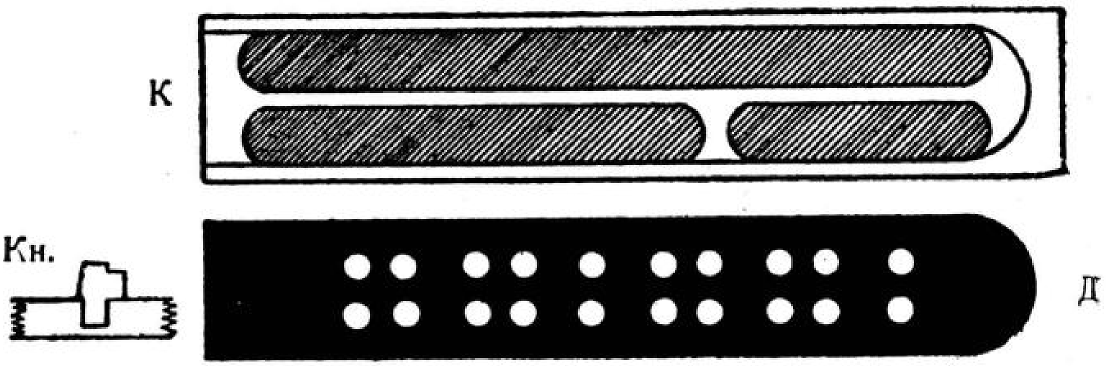


Рис. № 1.

Этот прибор изображен на рис. 1, где К—обозначает ящик, Д—крышку с нижней стороны (черную) и Кн—кнопку (белую). Ребенок обращается с телами, изображает числа предметами. Числовые представления основываются в этом случае не только на зрительных, но и на *осязательных* ощущениях, которые одни достаточны для создания отчетливых числовых представлений у слепых при обучении их арифметике. Счисление становится «ощутимым» физически, а потому и умственно постижимым даже для неспособных детей.—Так как счетный ящик служит одновременно и пеналом, то родители не несут лишних расходов. Ящик изготовляется из целого куска дерева, а не склеивается. Применение его ясно из фигур таблицы II.

Счетная линейка.

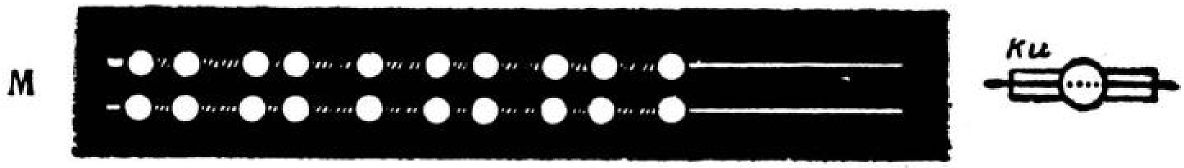


Рис. № 2.

Счетная линейка изображена на рис. 2. Здесь Кн—один из шаров, М—*черная* линейка с двумя проволоками, на которые нанизаны шары и *черные* трубочки между ними, ровной длины (на рисунке эти трубочки обозначены штриховкой, а не черной краской, так как тогда их не было бы видно). Первый десяток шаров (левый) окрашен в *белую* краску, а второй (правый)—в *красную* краску (на рисунке и этот десяток обозначен белой краской). Прибор имеет то преимущество, что отдельные части его не теряются. Применение его также ясно видно из фигуры таблицы II.

Счетный прибор с 20 шарами

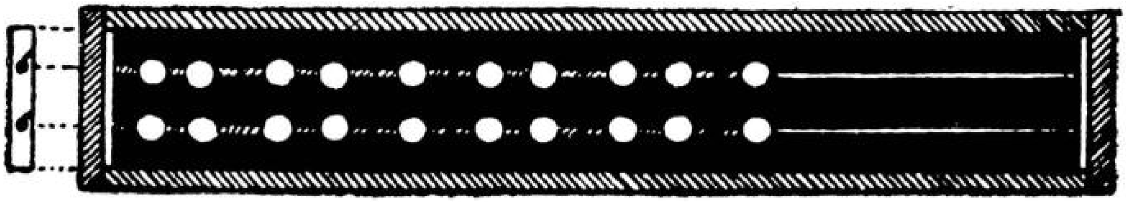


Рис. № 3,

Прибор сходен со счетной линейкой. Железные проволоки достаточно толсты, не гибки и удобно вынимаются (см. рис. 3 слева). Задняя стенка и трубочки выкрашены в *черный* цвет (на рисунке они показаны штриховкой, чтобы их можно было различить). Левая половина шаров окрашена *белой*, а правая—*красной* краской. Шары (по 3 см.) и трубочки (также по 3 см.) вынимаются поодиночке.—Применение прибора характеризуется фигурами табл. II. (См. стр. 11.)

Счетный прибор со 100 шарами.

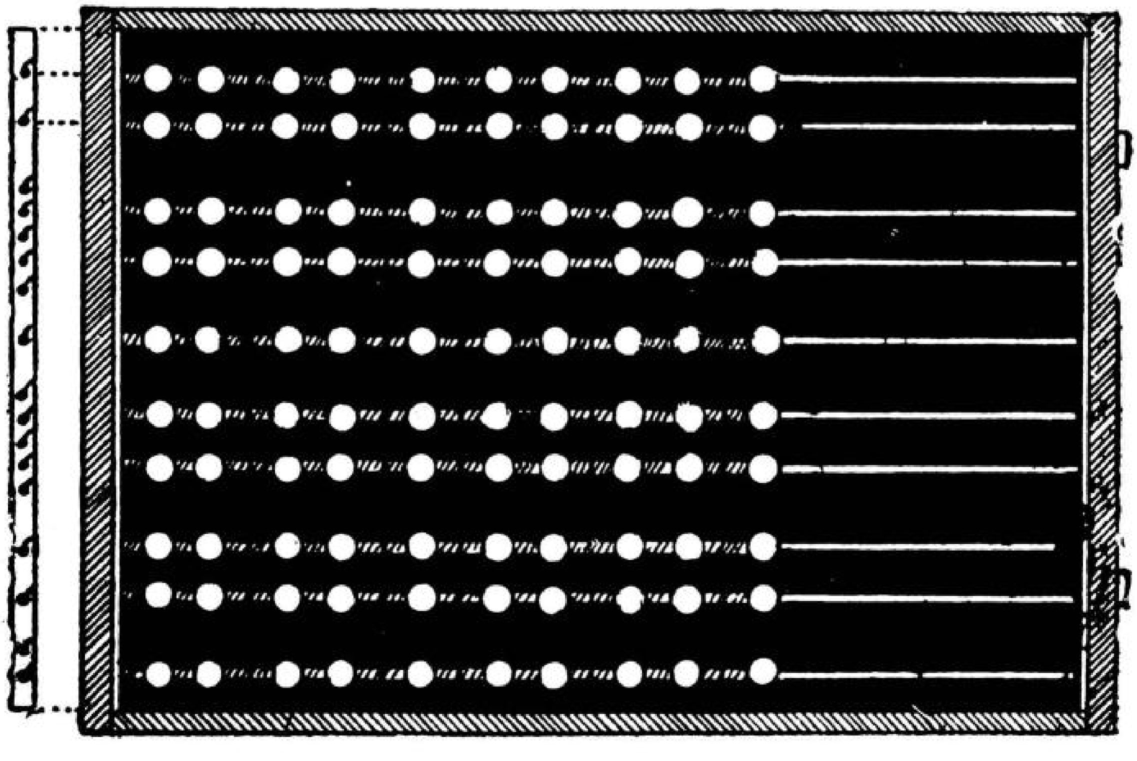


Рис. № 4.

Прибор устроен так же, как аппарат с 20 шарами (рис. 4). Проволоки могут переставляться, как это показано слева на рисунке. Справа у прибора имеется дверка на петлях, которой можно прикрывать шары. Известно, что ход мышления и действий при разложении, начертании чисел и особенно при письменном сложении, вычитании, умножении и делении представляют для всех детей большие затруднения. При помощи описанного прибора эти затруднения становятся легко преодолимыми.

Соответствующее построение первоначального обучения счислению, с учебными планами и опытами, содержится в книге Лая «Руководство к первоначальному обучению арифметике, основанное на результатах дидактических опытов».

Наиболее существенные *достоинства* счетных приборов Лая суть следующие:

1. Они превосходят по результатам обучения все до сих пор применявшиеся пособия в несколько раз—до 15; это значит, что работа учеников и учителей *облегчается* во столько же раз.

2. Давая возможность применять квадратные числовые фигуры, они обусловливают *отчетливые* представления основных чисел и арифметических действий; это значит, что ребенок может представлять отдельные части целого и соединять в представлении отдельные части в одно целое, так что решение задач он *считывает*, руководствуясь лишь представлением. См. ниже примеры: 7—4=3; 7—3=4; 4+3=7; 3+4=7 и т. д.

3. Эти счетные приборы являются таким образом действительными *наглядными пособиями;* русские счеты, прибор Тиллиха и его видоизменения, короче—все аппараты, построенные по принципу рядов, палочки, штрихи и т. д. являются лишь пособиями при *счете*, так как при помощи них можно находить результаты лишь путем счета, и последние являются не отчетливыми представлениями, а лишь пустыми словами, наименованием чисел, числительными. Попробуйте *представить себе* 7 шаров, кубиков, пальцев, штрихов и т. д. и решить приведенные в пункте 2 примеры, руководствуясь лишь представлением! Это не удастся. Так как дети не могут представить себе результатов действий, то соответствующие примеры на счисление они должны заучивать наизусть. А так как эти примеры, при произнесении их, звучат довольно сходно, то их приходится заучи-

вать, прибегая к механической, бездушной «зубрежке», к бесконечному и скучному повторению, к мучительной затрате труда со стороны детей и учителей; для отсталых же детей даже эта затрата усилий оказывается недостаточной.

4. Эти счетные приборы обладают рядом свойств, благодаря которым возникают не только отчетливые, но и *живые, твердо и надежно удерживающиеся в памяти* числовые представления. Эти свойства касаются величины, формы, окраски, веса, состояния поверхности предметов и проч.

5. Благодаря применению этих счетных приборов удается придать представлениям так называемых основных чисел, а за ними и всех прочих, такую *надежность* и *прочность*, какие недостижимы ни при каких других наглядных пособиях.

6. Так как в данном случае возможно *действительное восприятие* чисел и упражнения основаны на содержательных, *отчетливых* представлениях, то *образовательное значение* первоначального обучения арифметике крайне усиливается. При применении же других пособий дети оперируют в большей или меньшей степени лишь с пустыми словами, расплывчатыми представлениями и механическим заучиванием.

7. В то время как при применении старых пособий у детей часто наблюдалось отсутствие интереса и даже отвращение и преподавание давало плохие результаты, применение этих счетных приборов вызывает в детях живой интерес, чувство уверенности и убежденности, а потому и радость, веселье и любовь к арифметике.

Методические указания. При изучении *отдельных чисел* следует исходить из опыта ребенка и данных предметного обучения, возвращаясь к освещению численной стороны предметов и явлений, как только ребенок научится бегло выполнять действия над данным числом, руководствуясь представлением, приобретенным благодаря числовой фигуре. Когда дети ознакомятся с построением квадратной числовой фигуры при помощи кнопок, камешков и т. д., то самый отсталый из них будет знать, что место кнопок (шаров и т. д.) могут занять любые другие предметы, как угодно расположенные. Одного, *действительно наглядного*, пособия совершенно достаточно, и лучше применять его, чем несколько наглядных пособий, лишь ставящих себе эту цель, но ее *не достигающих*.

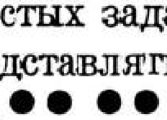
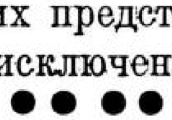
Само собой разумеется, что первоначальное обучение арифметике должно примыкать и к дошкольному опыту ребенка. Оно должно строиться на тех числовых наблюдениях, которые дети приобрели до поступления в школу; а таких числовых наблюдений у детей, при ближайшем рассмотрении, оказывается весьма много. Эти наблюдения должны быть выявлены при предметном обучении, применительно к играм и первым занятиям, а затем укреплены, исправлены и дополнены на уроках арифметики.

Дети знают, например, что у них 2 уха, 2 глаза, 2 руки, 2 ноги, 2 башмака, 2 чулка и т. д. Они знают, что каждый день они должны 2 раза ходить в школу, что каждое утро они кушают по 2 хлебца, по 2 чашки кофе, что надо подниматься во 2 этаж, что у них есть 2 крестных, 2 родителей, 2 или 3 братьев и сестер и т. д. Они могут ударить 2 или 3 раза в ладоши, поймать 2 или 3 раза свой мячик, прыгнуть 2 или 3 раза через веревочку, сделать 2 или 3 шага, выкрасить на Пасхе 2 или 3 яйца, сделать 2 или 3 пирожка и т. д. Большинство из них знает также, что конфеты, пирожки и т. д. стоят 1, 2, 3 пфенига, что если один леденец стоит 1 пфениг, то два леденца стоят 2 пфенига, а 3 леденца—3 пфенига и т. д. Они обладают представлениями: больше и меньше, много и мало, большой и маленький, целое и половина, тяжелый и легкий и т. д. Таким образом и до поступления в школу они приобрегают знание большого количества простых числовых соотношений, познавая их в своем обиходе, при играх и при общении со взрослыми и сверстниками; благодаря этому получается естественный переход к первоначальному обучению арифметике. Указанные конкретные числовые наблюдения еще более расширяются благодаря обучению и вообще пребыванию в школе, и задача подготовительной ступени школьного обучения—изыскать новые числовые соотношения в окружающей обстановке. Правда, эти числовые наблюдения недостаточно прочно и определенно связаны с предметами и явлениями; они еще не обратились в действительные числовые представления и не могут без дальнейшего переноситься на другие предметы и явления. Ребенок, например, может прекрасно знать, что у лошади 4 ноги, и не быть в состоянии распознать число четыре, имея дело с другими предметами (например, 4 яблоками, 4 шагами). Этому он научается лишь при обучении счислению, когда деятельность постулирования, основанная на применении наглядного пособия, заставляет его различать представление вещей от абстрактных числовых представлений. Тем не менее эти первоначальные и чрезвычайно разнообразные числовые соотношения являются наглядным и широким основанием, на котором строится первоначальное обучение арифметике. Это последнее не должно, однако, только *исходить* из этого реального фундамента; оно должно и постоянно *возвращаться* к нему. *Численное* восприятие и изображение вещей и явлений, обыденных соотношений окружающей обстановки, а также собственной деятельности ребенка, и является истинной задачей первоначального обучения арифметике. Если это обстоятельство не учитывается при первоначальном обучении счислению и бесконечное количество отвлеченных упражнений сопровождается лишь немногими прикладными задачами, то основная цель его не достигается. Связь первоначального обучения арифметике с жизнью и обстановкой, окружающей ребенка, должна быть самой тесной при всех обстоятельствах; численное изучение этой жизни должно итти во всех направлениях. Из жизни и обстановки должны браться задачи; из этих последних должны исходить упражнения, которые, как бы ни были порой по необходимости длительными, все же должны служить лишь основанием для вооружения ребенка средствами к численному восприятию и изображению предметов и явлений окружающей его обстановки.

При упражнениях в численном восприятии обстановки, окружающей ребенка, и его деятельности может принести весьма большую пользу наша «Азбука». Окружающая обстановка дает все же ограниченный круг предметов и явлений. Этот круг значительно расширяется картинками азбуки, которые благодаря разнообразию изображенных на них предметов и явлений дают богатый материал для численного восприятия.

Вместе с тем приходится неустанно повторять, что результаты первоначального обучения арифметике зависят не столько от простого восприятия, сколько от *изображения*. Основной педагогический принцип и здесь сохраняет свою силу. Мы признали, что числовое представление является результатом соединения в одно целое отдельных постуляций, или, говоря на языке психологии, синтезом отдельных ощущений деятельности. Этот синтез происходит, естественно, тем легче, чем интенсивнее выступают в сознании отдельные ощущения деятельности при постулировании, чем отчетливее эти ощущения; легче всего этот синтез совершается при действительном, фактическом обращении с пространственными предметами—кнопками, горошинами, монетами и т. д., а также явлениями во времени — ударами в ладоши, стуками, шагами и т. д. Так называемые «наглядные пособия» тем лучше удовлетворяют своему назначению, чем легче для ученика изображение при помощи них и чем больше они содействуют усилению сознания деятельности постулирования.

Синтез существенно облегчается и письменным изображением, особенно если оно таково, что отдельные постуляции, как деятельность, выступают резко разграниченными одна от другой. Это имеет, например, место при изображении чисел точками или колечками и притом в большей степени, чем при изображении их штрихами. Поэтому письменному изображению чисел точками при первоначальном обучении арифметике должно быть отведено достаточно места.

Обратно, от изображения чисел цифрами следует воздерживаться возможно дольше. Слишком раннее введение цифр чрезвычайно затрудняет первоначальное обучение арифметике. Это объясняется тем, что цифра весьма легко заменяет в сознании ребенка числовой образ, вытесняет его, благодаря чему становится невозможным решение даже самых простых задач. Пока ребенок не знаком с цифрами, он может представлять себе, например, 4 + 3 совершенно правильно, как , и без труда находить результат, как соединение обоих представлений. Когда же он познакомится с цифрами, не исключена возможность, что он будет представлять себе не , а цифры 4+3; но так как обе эти цифры не соединяются в общее представление 7, то он не будет в состоянии найти правильного решения. Если поэтому мы не хотим повредить результатам первоначального обучения арифметике и потратить больше времени и сил, чем это абсолютно необходимо, то мы должны познакомить детей с цифрами только после того, как они настолько овладеют числовыми формами и простейшими действиями, что возможность больших недоразумений будет исключена. Само собой разумеется, что сказанное относится и к знакам действий: +, —, =, × и т. д., которые, являясь как бы посторонними телами, создают такие же затруднения в сознании учеников при умственном соединении отдельных числовых форм в представление совокупности.

Обозначение знаков действий следует избегать вначале даже при *устном* счислении, так как обычные формулы, получаемые при обозначении действий, например, 5+2=7 или 9—3=6, и особенно слово «без» долгое время кажутся детям чуждыми, непонятными и затруднительными, благодаря чему их внимание отклоняется от представления числовых форм. Вместо того, чтобы соединять оба препятствия, их следует отделить одно от другого и преодолевать врозь. Поэтому на первое время мы вовсе отвлекаемся от словесной формулировки и довольствуемся простым сообщением результата. Таким образом первое время мы придаем нашим задачам не обычную форму вопросов: «сколько будет 5+3», «сколько будет 10—4» и т. д., а формулируем их следующим образом: «возьмите 5, приложите к ним 3», или: «покажите (представьте себе) 10, отнимите (представьте себе отнятыми) 4» и т. д., на что дети просто отвечают: «это будет 8», или: «это дает 6» и т. д. Благодаря этому словесному упрощению вопросов и ответов внимание не отвлекается от сущности, именно от представления числовой формы; долгий опыт убедил нас, что этим путем, исключающим всякую путаницу, дети по крайней мере вчетверо скорее научаются счислению в пределах от 1 до 20. Этот путь позволяет изучить указанную область чисел в немногие недели и дает возможность правильно и уверенно производить все действия: сложение, вычитание, умножение и деление, не прибегая к традиционной формуле 3×5, 10 : 2 и т. д. и даже не имея возможности получить на такой вопрос правильного ответа.—Когда эта цель достигнута, обычные словесные формулы прививаются сами собою без всякого труда. Да по существу они и не важны, так как они не взяты из жизни, а изобретены специально для обучения арифметике и целей проверки знаний.

Первоначальное обучение арифметике получает для ребенка особенно притягательную силу, если для этой цели используются и игры, при которых закономерным образом применяются счет, восприятие и изображение, построение и разложение числовых форм. Здесь прежде всего надо назвать игру на пальцах, затем игру в мяч, кегли, кости, домино, лото и т. д., при которых число играет большую роль. Игра в мяч способствует усвоению счета, игра в кегли и домино развивает одновременное восприятие чисел, игра в кости учит сложению, игра в лото приучает к счислению на цифрах. Поэтому игры не должны быть забыты при первоначальном обучении арифметике. А так как они к тому же могут служить для практического применения ранее приобретенных познаний, то ребенка можно с самого же начала убедить в том, что упражнение является весьма целесообразной деятельностью.

Переход к систематическому обучению арифметике. Выше мы указали, что дети, поступающие в школу, обладают некоторыми числовыми представлениями, хотя и недостаточно определенными и полными. На странице 54 мы выяснили, что дети обычно умеют считать, а также какими недостатками отличается их счет. Первоначальное обучение арифметике в школе должно быть связано с имеющимся знанием и умением детей в области чисел. Как обстоит в этом отношении дело с каждым отдельным ребенком, необходимо отметить и установить. Конечно, установление должно делаться отнюдь не путем какого-либо испытания, а просто наблюдением ребенка во время игры и уроков; случаев для этого представится совершенно достаточно, и учитель должен их только использовать. Уже с первого дня обучения счислению, которое ведется по принципу деятельности, учитель и ученики поставлены в необходимость применять наиболее распространенные и необходимые числовые представления и имена числительные. «Многие», «все», «немногие» дети играют там и здесь, или отсутствуют, или нужны для игры; «больше», «меньше», «два», «три» ребенка должны притти, уйти и т. д. Все, много, мало, больше предметов нам требуются, нам не нужно никаких предметов и т. д.

Необходимо, чтобы учитель при случае резко выделял числительные. Это достигается, во-первых, произнесением числительных с ударением (*двое* детей должны притти); во-вторых, повторением вопроса «сколько» всякий раз, когда при играх или на уроках речь идет о детях, окружающих предметах, действиях и явлениях; в-третьих, частым применением сопоставлений (контрастов): не много, а мало; не все, а лишь некоторые; не один, а ни одного, и т. д.

Первой задачей является пробуждение интереса к счету и счислению,—интереса непосредственного, побудительного. Побуждение должно переходить в действие, так же как жажда знания, склонность к приобретению и собиранию, проявляющаяся при получении и потере, увеличении и уменьшении и т. д. И здесь мы снова должны напомнить, что счет и счисление, как и все другие отрасли знаний изобразительного и формирующего обучения, возникают из непосредственного оперирования, обращения с предметами и людьми. На этом основан первоначальный естественный интерес к счету и счислению. Только при практическом обращении, практическом столкновении с окружающим его миром предметов и явлений и жизнью людей ребенок приобретает интерес к счету и счислению. Только этим путем, путем непосредственного обращения, а не путем показывания картинок, можно получить действительно «прекрасные» часы занятий счислением. Поэтому в интересах самого преподавания внести в школу, в школьный класс, на школьный двор частицу действительной *жизни* природы и людей; это позволит избавиться от пут книжек, слов и засорения памяти, которые сказываются даже на самой начальной ступени обучения счислению благодаря всякого рода иллюстрированным азбукам, арифметики и т. п. Облегчение преподавания и наилучшие результаты его достигаются не дальнейшим возведением в высокую степень разных искусственных методов, а применением естественных, жизненных вещей.

В *школе действия* (Tatschule) ребенок быстро приходит к твердому убеждению, что счет и счисление необходимы, что он должен их знать. Учитель должен при случае указывать, что Ганс или Лиза не могут работать вместе с другими, не понимают дела, плохо его выполняют и сами жалеют, что они не умеют считать, не могут вычислять. Выше мы указали, что с первого же дня обучения приходится практически пользоваться наиболее общими числовыми понятиями: много, мало и т. д. То же можно сказать про счет и числовые представления 1, 2, 3. Дети должны вставать по-двое, попарно выходить из класса, попарно маршировать. Они должны брать «обеими руками», вставать на «обе ноги» и т. д. При играх они должны 1—2 раза крикнуть, 1—2 раза ударить в ладоши, 1—2 раза пройти или уйти, повернуться, пробежать по кругу и т. д. При предметном обучении дети должны, например, сосчитать горизонтальные и вертикальные ребра шкапа, нарисовать 2 горизонтальных или 2 вертикальных штриха и т. д. Они должны выяснить, сосчитать и т. д. 3, 4 предмета и проч.

Для детей, мыслящих словами, не представляет никаких затруднений запомнить и произнести числительные в пределах от 1 до 10, 20 или 100; детям, мыслящим образами, это удается лишь с трудом. Зато нередко случается, что первые, умея «считать», не в состоянии *сосчитать* данного количества предметов, т.-е. связать имена числительные с предметами. Дети, мыслящие образами, очень часто с большим трудом запоминают числительные и часто их *смешивают* (например, 3 и 4), хотя число 3 или 4, которым они должны определить количество вещей, они распознают и могут себе представить. На это обстоятельство, насколько нам известно, никогда еще не указывалось. Многие учителя и методисты ничего еще не знают о значении типов восприятия, и начинающий учитель, которому чтение ряда числительных от 1 до 10 в прямом и обратном порядке привычно, как нечто другое, легко может проглядеть, особенно если сам он принадлежит к типу мыслящих словами, как тяжело дается детям, мыслящим образами, запоминание числительных, тем более, что последние часто даются сразу все до 10 и должны быть механически заучены. Но механическая память 6-летних детей в общем много слабее, чем это принято думать; поэтому при заучивании числительных и счете рекомендуется пользоваться весьма ценным средством облегчения памяти ритмом и рифмами.

Прекрасным подсобным средством, которым до сих пор в школе не сумели еще воспользоваться, являются *стишки*, содержащие числительные (примеры их см. ниже). Если ими пользоваться при играх, поясняя значение счета, то последний приобретает характер действительного, наглядного постулирования единиц. Поэтому присчитывание и отсчитывание при играх является прекрасным средством для обучения собственно счету и одновременного сознательного запоминания ряда числительных. Таким образом при играх следует регулярно пользоваться соответствующими стишками и стремиться достигнуть действительного счета в смысле постулирования.

При прибавлении *одной* вещи к другой вещи, двум или трем вещам вопросы вначале следует ставить *подробно*, напр.: «Сколько будет шаров, если к одному шару придать (прибавить) еще один шар? Сколько составят вместе 1 камешек и 2 камешка?» и т. д. Лишь постепенно можно переходить к сокращенной форме вопроса: «сколько будет 1 шар и 1 шар», где слово «и» является уже «знаком действия». Совершенно так же, как со словом «и», надо будет проделать и со словом «без»; «знаки действия», как сокращенные способы устного (и письменного) изображения, должны вводиться постепенно. При упражнениях всегда следует *действительно* отнимать и прибавлять предметы.

Если вести занятия так, как здесь вкратце намечено, то все дети до приступа к систематическому обучению сложению, чтению и письму научатся бегло считать от 1 до 5 и обратно и сознательно вычислять до 2,—научатся незаметно, на глазах, благодаря целесообразному и психологически правильному руководству учителя. Таким образом и игры в школе окажутся не потерей времени и источником для шалостей, а существенным и важным делом в жизни детей.

Систематическое обучение арифметике. Систематическое обучение арифметике следует начинать с возбуждения в детях практического интереса к счислению над большими числами. Например, можно побудить их «открыть лавочку» для продажи и покупки разных вещей; деньгами могут служить пуговицы. Лина хочет купить карандаш за 6 пф. и 2 пера по 3 пф.; сколько всего пфенигов она должна заплатить? У Курта было 9 пф.; он купил хлебец за 3 пф.; сколько пфенигов у него осталось?—Вы не знаете, как тут быть, приходите в смущение. Курт, ты заплатил слишком много. Мария, ты принесешь домой слишком мало денег. Вы—плохие помощники матери.

Более легкие задачи, с меньшими числами, вы, однако, можете решать: у Отто 5 пф.; он покупает хлебец за 3 пф.; сколько пфенигов у него остается? Он *пересчитывает* свои 5 пф., *считает* потом 3 пф., отнимает их, «*отсчитывает*», а затем считает остающиеся деньги, остаток. Ему надо было вычесть из одного числа другое; чтобы сообразить, сколько останется после вычитания, ему пришлось *три раза* прибегать *к счету*.

Роза купила грифель за 2 пф. и карандаш за 3 пф. Сколько пфенигов она должна заплатить? Она считает 2 пф., потом 3 пф., наконец, оба числа вместе: 2, 3, 4, 5 пф. Роза *сложила* числа 2 и 3.

Вы складывали и вычитали числа; когда вы складываете и вычитаете, то вы вычисляете. Если вычислять так, как вы только что делали, то вычисление не отличается от счета. Но вычисление при помощи счета слишком длинно, растянуто и легко ведет к ошибкам [1]). Большие не *считают* при решении таких задачек; они знают наизусть, что 2 пф. и 3 пф. составляют 5 пф., что если отнять от 5 пф. 2 пф., то останется 3 пф. и т. д. Вы, конечно, хотите уметь вычислять так же, как это делают большие; и хотите знать наизусть, сколько составляют 5 яблок и 4 яблока, 7 и 8 пф., 9 м. без 5 м. и т. д. Вот этому-то мы сейчас и будем учиться.

Учение пойдет легче и быстрее всего, если мы будем вычислять, пользуясь шарами этого счетного прибора (числовыми фигурами) и кнопками ваших ручных приборов. Посмотрите, эти шары выглядят, как скат крыши дома; они составляют треугольник; эти же шары выглядят, как окошко: они составляют четыреугольник. На счетном приборе вы видите фигуры, картинки, фигуры для чисел (числовые фигуры) По этим-то числовым фигурам мы и будем учиться.

---

[1]) Для психологии и методики весьма существенным является тот факт, что многие первобытные народы умеют вычислять только при помощи счета и притом в весьма ограниченной области чисел, совершенно не знают десятичной системы счисления и пользуются двойной и тройной системами, стремление к чему часто наблюдается и у детей. Так, 5 они представляют себе, напр., как 2+2+1. Дальнейшее см. в нашем „Руководстве“.

Число 2.

А. Представление числа.

Введение. Вы знаете вещи, которых у каждого из вас по две. Что это за вещи? — Глаза, уши, руки, ноги, башмаки и т. д. Какие вещи стоят на рынке (в лавке) по 2 пф. (2 м.)? Вы видите, что с двумя надо научиться хорошенько вычислять.

I. Наблюдение. Вот один шар (первый слева шар на верхней горизонтальной проволоке), а вот еще один шар (первый слева шар на второй горизонтальной проволоке). Сколько же всего шаров? Сочтите шары и объясните! Один, два. Говоря «два», обведите оба шара вместе—проделайте это. (Отдельные постуляции соединяются в постуляцию совокупности, сравн. это...) Повторите это три раза!

II. Представление. Закройте глаза! Подумайте о двух шарах! Кто их видит с закрытыми глазами? Вы видите шары с закрытыми глазами, вы можете *представить* их себе. Представление шаров повторяется. Сочтите шары и объясните счет шаров, которые вы себе представляете! Наблюдение и представление повторяются, чередуясь раза три [1]).

III. Изображение.

а) *При помощи тел.* Теперь я посмотрю, кто из вас может положить на своем счетном приборе две кнопки так же красиво одну под другой, как на счетном приборе расположены шары, которые вы видите. Кладите сперва верхнюю, потом нижнюю кнопку [2]).

---

[1]) Для большинства детей, предрасположенных вообще к восприятию зрительных ощущений, эти упражнения не представляют никаких затруднений; дети же, предрасположенные к восприятию слуховых ощущений, нуждаются в побуждении к зрительному представлению. Из-за стремления к голому наблюдению и наглядности при современном преподавании счисления часто пренебрегают представлением и способностью к представлению, которые также нуждаются в развитии и упражнении, как и наблюдение и восприятие.

[2]) Тот факт, что ребенку необходим собственный ручной прибор простейшего типа, следует прямо из основного педагогического принципа непосредственного обращения с вещами. Более подробно это отмечено выше. Вместо прибора, описанного на стр. 16, можно пользоваться камешками, пуговицами, горошинами и т. д. Удобнее всего пользоваться белыми пуговицами, раскладываемыми на черной доске парты или на черной клеенчатой обложке тетради. Для изготовления приборов с квадратными числовыми фигурами учителю можно посоветовать сделать себе шаблон в виде доски с набитыми в нее гвоздями. Если прижать

b) *При помощи рисунка.* Учитель наносит сеть квадратов на классной доске и говорит: «NN, нарисуй 2 косточки, сохраняя их расположение!» Затем учитель исправляет рисунок и сам чертит по 2 кружка *для образца* раза три, оставляя между каждой парой кружков промежуток в 2 квадрата. Нарисуйте косточки несколько раз на доске (в тетрадке), оставляя всякий раз промежуток в два квадрата!

c) Перенесение изображения или *применение* ко всем предметам, известным ребенку из личного опыта и обучения: a) *видимые* и *осязаемые* предметы: поставить 2 стула, положить 2 тетради, 2 камешка, вытянуть 2 пальца, 2 руки; 2 раза ударить в ладоши, постукать, крикнуть, поклониться; b) вещи, познаваемые только *слухом*: 2 звука, 2 тона.

B. Арифметические действия.

a) Сложение.

I. Наблюдение. Учитель помещает на верхней проволоке один шар. Сколько здесь шаров? Один. Затем он устанавливает еще шар на нижней проволоке, помещая его как раз под первым шаром. А здесь сколько шаров? Один. Учитель указывает на оба шара: сколько же всего шаров? Два.

Учитель говорит и действует одновременно; ученик же поднимает правую руку и двигает ею в воздухе, следуя за мыслью.

a) Сколько будет 1 шар (показать) **и** еще 1 шар (одновременно с этим подвинуть его на приборе).

b) Сколько будет *вместе* 1 шар **и** еще 1 шар (чтобы вызвать одновременное представление двух шаров); короче:

c) *Сколько будет 1 шар* **и** *1 шар?*

Эти 3 предложения, вместе с сопровождающими их *движениями*, надо повторить несколько раз, чтобы дети хоро-

---

этот шаблон к черной клеенчатой обложке тетради, то получатся следы которые облегчают ребенку раскладывание пуговиц, а, стало быть, и постулирование.

Следует помнить, что подобные упражнения попутно развивают глазомер и ловкость рук: они помогают бороться с рассеянностью и невнимательностью учеников, которые проявляются при пользовании одним лишь классным счетным прибором; в последнем случае совершенно нельзя уследить, все ли дети заняты счислением; подобная самодеятельность вызывает у детей радость и удовольствие в гораздо большей степени, чем счисление на пальцах.

шенько запомнили значение слова «и», как символа определенного действия. Особенно часто должно повторяться третье предложение.

II. Представление. Предложения и движения повторяются несколько раз на память.

III. Изображение.

a) *При помощи тел*: возьмите прибор и 2 косточки. Вставьте первую косточку в первое отверстие! Учитель берет в руки прибор, показывает его классу и говорит: 1 и $1 = 2$. Дети помещают вторую косточку под первой и говорят хором: $1 + 1 = 2$. То же проделывают и говорят отдельные ученики.

Затем указанное действие изображается и описывается несколько раз всем классом одновременно. Закройте глаза! Представьте себе одну косточку! Представьте себе другую косточку, расположенную под первой. Изобразите (в воздухе) и скажите (учитель сам это проделывает): $1 + 1 = 2$; повторить это несколько раз.

b) *Письменное изображение* (рисование). Учитель чертит на доске круг и произносит: «Один»; при словах «и один» он чертит второй круг, а при словах «будет два» обводит рукой оба круга. Остальные способы изображения, применение и материал для «прикладных» задач можно найти выше.

b) Вычитание.

Упражнения в вычитании производятся совершенно так же, как в сложении, и делятся на три ступени: 1) наблюдение, 2) представление и 3) изображение.

Следует помнить, что при вычитании всегда отнимается первой та косточка, которая была положена последней.

Так как сложение и вычитание в случае числа 2 приводятся каждое только к одному предложению и примеру и так как прибавленная косточка легко может быть снова отнята, то рекомендуется производить сложение и вычитание непосредственно одно после другого (при прохождении ступеней а и в).

Приобретенные сведения опять-таки должны быть «применены» ко всем предметам, уже известным ребенку; об этом см. выше, стр. 20.

После этого надо повторить сложение и при этом задавать вопросы относительно *слагаемых*: $1+1=2$; $0+?=2$ [1]).

Наконец, следует повторить вычитание и при этом спрашивать о вычитаемом: $2-?=1$; $2-?=0$.

К изучению числа 3.

Применение детского стишка:

1, 2, 3.
bicke-backe-bei
bicke-backe-Besenstiel и т. д. [2]).

1. Для *введения* в изучение числа 3 служат: 3 зубца вилки, лист клевера, лапка гуся или утки (начертить схематически и исправить).

2. Построение *числовой фигуры* на классном приборе.

3. *Ход и система занятий* при изучении чисел 3—10 таковы же, как приведенные выше.

4. При *предметном счислении*: земляника, вишни, перья, тетради, монеты, оконные стекла, скамьи с тремя сиденьями, братья и сестры.

Для всех чисел от 1—10: предметы, изображенные в азбуке на *стенных картинах*, покупка вещей для классного и домашнего обихода; 3 фамилии учеников, 3 слога, звука, ритмических стука, особенно же предметы и явления, известные из наглядного преподавания.

К изучению числа 4.

Стишок:

1, 2, 3, 4.
Knecht hol Bier,
Herr trink aus,
Du bist raus.

---

[1]) Упражнение с нулем на данной ступени мы считаем преждевременным. *Д. В.*

[2]) В виду того, что подобные стишки только тогда имеют смысл, когда дети знакомятся с ними до поступления в школу, т.-е. не заучивая их в виде урока, а просто запоминая их во время игры, и так как у нас, за исключением разве общеизвестного:

1, 2, 3, 4, 5
Вышел зайчик погулять“ и т. д.

подобные стишки распространением среди детей не пользуются, мы не стали подыскивать и изобретать поговорок, соответствующих приведенным немецким текстам. Что же касается буквального перевода, то он конечно, не имеет никакого смысла, ибо в приведенных стишках содержание, строго говоря, вовсе отсутствует. *А. Д.*

Для введения могут служить: 4 книги, тетради, картины, доски, углы и стены комнаты.

Для предметного счисления: 1 и 2 копеечные монеты, пальцы, плоды, оконные стекла, перья, грифели, тетради, книги, листы и страницы книги, скамьи, братья и сестры, ноги у животных.

В остальном см. указания, приведенные под рубрикой «число 3».

К изучению числа 5.

Стишок:

1, 2, 3, 4, 5.
Mach Dich auf die Strümpf,
Mach Dich auf die Schuh,
Sonst bist du.

Для введения служат: лист лапчатки, цветок лютика, рука.

Для предметного счисления: монеты в 1, 2, 3, 5 копеек, бумажные деньги в 1, 3, 5 рублей, пальцы, плоды, оконные стекла; предметы, приведенные под рубрикой «число 3».

К изучению числа 6.

Стишок:

2, 4, 6.
Eine alte Hex
Läuft draussen um,
Du gehst rum.

Сравнить ход занятий, приведенный для числа 2.

Для введения служат: ножки майского жука (показать картинку).

Для предметного счисления: монеты в 1, 2, 3, 5 копеек, бумажные деньги в 1, 3, 5 рублей, пальцы, плоды, сиденья на скамьях, учебные дни недели; в остальном см. указания, приведенные под рубрикой «число 3».

К изучению числа 7.

Стишок:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
Wo ist mein Schatz geblieben?
In Berlin, in Stettin
Kaiserstrasse Nr. 7.

Для введения служит лист конского каштана (надо показать его в натуре и на картине, затем дети зарисовывают его).

Для предметного счисления служат 1, 2, 3, 5-копеечные монеты, бумажные деньги в 1, 3, 5 рублей, пальцы, плоды, сиденья на скамьях, листы и страницы тетради и проч. Общие указания см. под рубрикой «число 3».

К изучению числа 8.

Стишок:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
Auf der hohen Wacht
Steht ein Soldat;
Das ist schad.

Для введения служат ножки паука (показать в натуре и на практике; зарисовать показанное).

Для предметного счисления служат: монеты 1, 2, 3, 5-копеечного достоинства, бумажные деньги в 1, 3, 5 рублей, пальцы, оконные рамы, сиденья, плоды, листья и страницы тетрадей и книг. См. «число 3».

К изучению числа 9.

Стишок:

3, 6, 9.
Im Hof steht die Scheun,
In der Scheun steht ein Mann,
Schau, was er kann.

Для введения служит игра в кегли (показать, нарисовать план).

Для предметного счисления служат те же монеты, пальцы, листы и страницы тетради или книги, плоды, скамьи с 2, 3 и 4 сиденьями. См. «число 3».

К изучению числа 10.

Для введения служат 2 листа лапчатки, 2 руки.

Для предметного счисления: монеты 1, 2, 3, 5 и 10-копеечного достоинства, бумажные деньги в 1, 3, 5 и 10 рублей, почтовые марки, открытые письма, книжки сберегательных касс, плоды и т. д. См. «число 3».

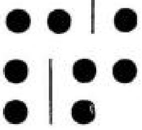
Теперь уместно будет ввести цифровое изображение чисел и действий над ними, а также умножение и деление. Этот вопрос необходимо изложить несколько подробнее.

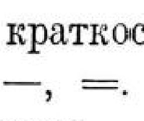
Введение цифр и изображение чисел при помощи последних.

Три копейки, 3 ореха, 3 грифеля мы всегда обозначали тремя точками, числовой фигурой 3 (начертите ее!); **6** ног, **6** вишен, **6** звуков, короче—число 6 мы можем также обозначить числовой фигурой 6 (начертите ее!). Однако взрослые обозначают 6 особым маленьким знаком, цифрой **6** (учитель пишет ее под числовой фигурой 6). Вот это—*числовая фигура 6*, а это—*цифра 6* (показывает рукой на рисунок). Покажи мне числовую фигуру 6! Покажи мне цифру 6!

Подобным же образом вводятся и цифры 1, 2, 3, 4 и 5, подписываемые на доске под соответствующими числовыми фигурами. Затем цифры вводятся и в упражнения, проделанные над числовыми фигурами; это не занимает много времени, так как дети уже обладают навыком в рисовании, письме и начертании составных частей цифр.

Заученные предложения изображаются теперь при повторении и цифрами, и знаками, напр.:

 $4 + 2 = 6$ (четыре *и* два *равно* шести).

 $5 - 3 = 2$ (пять *без* трех *равно* двум).

Ради краткости слова «и», «без», «равно» заменяют знаками $+$, $-$, $=$. В дальнейшем оставляют в стороне и числовые фигуры.

О счетных таблицах. После того как ученики наглядно ознакомились с отдельным действием, поняли, изобразили его и выполнили все систематические упражнения, необходимо сообщить им и *навык* в быстром выполнении действий. Это достигается проще и быстрее всего при помощи счетных таблиц, которые сберегают время и силы как учителя, так и учеников и к тому же развивают в детях

Счетная таблица.

3	5	4	6	7	1	0	2	9	8
5	7	6	8	9	3	1	4	2	0
7	9	8	0	2	5	3	6	4	1
9	2	9	1	4	7	5	8	6	3
2	4	1	3	6	9	7	0	8	5
1	3	2	4	5	6	8	9	7	6
0	1	9	2	3	8	6	7	5	4
8	0	7	9	1	6	4	5	3	2
6	8	5	7	0	4	2	3	1	9
4	6	3	5	8	2	9	1	0	7

чувство соревнования, ибо каждый ученик хочет научиться считать быстро.

Упражнения производятся следующим образом. Указывая на *таблицу*, изображенную на доске или на бумаге, учитель говорит ученикам: «каждое из чисел этой таблицы надо увеличить на 4 (3, 7, 5 и т. д.), уменьшить на 4 (3, 7, 5 и т. д.), умножить или разделить. Начнем с числа, стоящего в левом верхнем углу (или правом верхнем, левом нижнем, правом нижнем углу), а затем перейдем к числам, стоящим в том же горизонтальном (или вертикальном) ряду». Учитель сам производит действие над несколькими числами. «X, продолжай!» Названный ученик продолжает упражнение. Можно также заставить решать задачи всех учеников *подряд*, не вызывая их. Указанную счетную таблицу ученики переписывают на внутреннюю сторону переплета книжки или куда-либо еще.

Указания к изучению области чисел от 1 до 20

1. Образование чисел 11 — 20.

10 шаров (показанные на классном счетном приборе) называются все вместе *1 десятком;* каждый шар в отдельности называется *единицей.* Сколько единиц содержится в десятке? Ученики изображают десяток на своем ручном приборе, затем пишут и читают: 1 д. 0 ед.=10 ед.

Прибавь к этому десятку (10 белым шарам классного счетного прибора) одну единицу (один красный шар)! Теперь мы имеем 10+1, или одиннадцать; цифрами это число пишется так: 11. Изображение числа на ручном счетном приборе. Запись: 1 д. 1 ед.=11 ед. Закройте глаза! Представьте себе 11! Слева десяток, справа единица.

Прибавь к этому десятку 2 единицы! Это составит всего 10 + 2, или двенадцать. Изображение числа учениками на ручных счетных приборах. Запись цифрами—12; запись примера: 1 д. 2 ед.=12 ед. Закройте глаза! Представьте себе двенадцать! Слева десяток, справа двойка.

Прибавьте к этим 10 шарам 3 шара (4, 5... 10 шаров)! Мы получим теперь 10+3, или тринадцать=13 (10+4 или четырнадцать=14 и т. д. до 10 ед.+10 ед., или двух десятков=двадцати=20). Изображение на разных счетных приборах. Запись: 2 д. 0 ед.=20 ед. Представление числа: слева белый, справа красный десяток.

a) Спишите с доски полученный ряд:

1 д. 0 ед.=10 ед.
1 д. 1 ед.=11 ед.
1 д. 2 ед.=12 ед.
1 д. 3 ед.=13 ед. и т. д.

b) Напишите этот ряд на память!

c) Напишите примеры в обратном порядке, т.-е. так:

10 ед.=1 д. 0 ед.

11 ед.=1 д. 1 ед. и т. д.

d) Напишите числа: 13 (1 д. 3 ед.), 17, 19, 13, 11, 12 и т. д.

2. Образование рядов.

Допишите начатые ряды, читая вслух примеры:

a) $10+1=11$	b) $10+2=12$	$11+2=13$
$11+1=$	$12+2=$	$13+2=$
и т. д.	и т. д.	и т. д.
$20-1=19$	$20-2=18$	$19-2=17$
$19-1=$	$18-2=$	$17-2=$
и т. д.	и т. д.	и т. д,
c) $10+3=13$	$11+3=14$	$12+3=15$
$13+3=$	$14+3=$	$15-3=$
и т. д.	и т. д.	и т. д.
$20-3=17$	$19-3=16$	$18-3=15$
$17-3=$	$16-3=$	$15-3=$
и т. д.	и т. д.	и т. д.

Образуйте подобные же ряды (упражн. c), прикладывая или отнимая числа 4... 9. Упражнение производится устно и письменно.

3. Переход ко второму десятку путем разложения чисел.

Приложи к 9 шарам счетного прибора еще 2 (3... 10) шара! Белый шар *дополняет* десяток, а красный прибавляется к десятку.

Изобразить на ручном счетном приборе, обдумать, произнести и написать:

$$9+2=9+1+1=10+1$$

$$9+3=9+1+2=10+1$$

Приложи к этим 8 шарам еще 3 (4...10) шара! Два белых шара *дополняют* десяток; красные шары (2... 9) прибавляются к десятку.

Изобразить на счетном приборе, обдумать, произнести и записать:

$$8+3=8+2+1=10+1=11$$
$$8+4=8+2+2=10+2=12$$
$$8+5=8+2+3=10+3=13$$

и т. д.

a) Спишите примеры!

b) Напишите их на память!

Проделайте то же с 7, 6, 5, 4, 3, 2 шарами и 1 шаром!

Так же ведется упражнение и при вычитании:

11—2	12—3	13—4	14—5
11—3	12—4	13—5	14—6
и т. д.	и т. д.	и т. д.	и т. д.

При этом говорят и записывают следующее:

$$\begin{aligned}15-9&=15-5-4\\&=10-4\\&=6\end{aligned}$$

Изобразите примеры на ручном приборе!

Спишите примеры! Изобразите их на память, запишите!