Я. Ф. ЧЕКМАРЕВ

6 +

УПРАЖНЕНИЯ НА ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ КОМПОНЕНТАМИ ДЕЙСТВИЙ

=

14

Я. Ф. ЧЕКМАРЕВ

Упражнения на зависимость между компонентами действий

Пособие для учителей начальных классов

ИЗДАТЕЛЬСТВО „ПРОСВЕЩЕНИЕ“ МОСКВА — 1968

Рукопись рецензировали:
Н. С. Попова и *Н. И. Игнатьев*

6-6
БЗ-№59-1967-№22

ПРЕДИСЛОВИЕ

Автор этой книги стремился осветить вопросы не только в объеме программы арифметики для младших классов (издания 1960 г.), но и некоторые вопросы проекта программы математики с трехгодичным сроком обучения, проекта программы по математике IV класса и проекта программы по арифметике по подготовке детей шестилетнего возраста к школе.

Во время подготовки к печати этой книги проводилась экспериментальная работа по проверке нескольких проектов программы с трехгодичным сроком обучения и проекта программы четвертого класса.

Возможно, что при окончательной отработке проектов программы часть материала не войдет в новую программу. В таком случае в книге может оказаться внепрограммный материал, его можно использовать на кружковых занятиях с учащимися с трехгодичным сроком обучения и в IV классе.

Автор считает своим долгом выразить глубокую благодарность, внимательно просмотревшим книгу и давшим ценные указания, способствовавшие устранению недостатков книги, доценту Н. С. Поповой и методисту Н. И. Игнатьеву.

ВВЕДЕНИЕ

За последнее время большой интерес проявлен к начальной школе. Особенно много внимания уделяется программам школы с трех- и четырехгодичным сроками обучения. О программе и школе не только пишут в журналах, обсуждают на совещаниях преподавателей начальных классов, средней, высшей школы, но и предлагают проекты новых программ. В настоящее время имеется несколько проектов программ по математике, и составители проводят глубокую экспериментальную работу по проверке своих проектов.

Такая экспериментальная работа проводится в школе под руководством: 1) профессора Л. В. Занкова (Институт истории и теории педагогики), 2) профессора Д. В. Эльконина и старшего научного сотрудника В. В. Давыдова (Институт психологии), 3) профессора, доктора математических наук А. И. Маркушевича, 4) профессора М. А. Мельникова, 5) Сектора методики начального обучения (Институт общего и политехнического образования), 6) Педагогического института им. Герцена. Проект программы по математике для IV класса проверяется Сектором методики математики (Институт общего и политехнического образования).

Но ни одному из шести проектов программы по математике с трехгодичным сроком обучения для младших классов школы еще не отдано предпочтение. Экспериментальная работа по проверке проектов программы по математике продолжается.

Надо заметить, что в 1956—1958 гг. была проведена проверка обучения детей шестилетнего возраста в 8 приготовительных классах школ и 15 старших группах детских садов Москвы. Проведенная в течение трех лет экспериментальная работа показала, что дети шестилетнего возраста хорошо усвоили материал первого десятка, сверх школьной программы в пределах десяти научились хорошо решать примеры и задачи, выраженные в косвенной форме. В настоящее время учителя в приготовительном классе, воспитательницы в детском саду и родители под руководством учителей продолжают обучать детей шестилетнего возраста, готовя их к поступлению в I класс школы.

Необходимо отметить, что дети шестилетнего возраста обучались и обучаются арифметике не в тех школах, где проводилась и проводится экспериментальная работа по проекту программы по математике с трехгодичным сроком обучения.

Экспериментальная работа по проверке программы математики с трехгодичным сроком обучения и обучение арифметике детей шестилетнего возраста показали, что в I классе начальной школы можно решать примеры и задачи, выраженные в косвенной форме, а также более подробно и углубленно изучать зависимость между компонентами и результатами действий и изменение результатов действий от изменения компонентов.

В I главе — «Общие замечания об изучении зависимости между компонентами и результатом действия» — подробно разбираются простые задачи и примеры, выраженные в прямой и косвенной форме. Даются советы о методах решения задач, выраженных в косвенной форме, прилагаются иллюстрации — картинки для самостоятельного составления задач учащимися.

Во II главе дана методика изучения зависимости между компонентами и результатами действий и приведены примеры и задачи, подготавливающие учащихся к решению примеров и задач на уравнения первой степени.

В III главе — «Изменение результата действия от изменения компонентов» — используются примеры и задачи, применяются чертежи для знакомства учащихся с соответствующими понятиями, подготавливающими усвоение функции и способствующими развитию логического мышления учащихся.

В IV главе — «Повторение и дополнение» — на основании изучения зависимости между компонентами и результатами действий даются простейшие уравнения, а на основании изучения изменения результата действия от изменения компонентов даются таблицы и графики.

ГЛАВА I

ОБЩИЕ ЗАДАЧИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ КОМПОНЕНТАМИ И РЕЗУЛЬТАТАМИ ДЕЙСТВИЙ

§ 1. ПРОСТЫЕ ЗАДАЧИ, ВЫРАЖЕННЫЕ В ПРЯМОЙ И КОСВЕННОЙ ФОРМЕ И ЗНАЧЕНИЕ ИХ РЕШЕНИЯ

Простые задачи, выраженные в прямой и в косвенной форме

Простые задачи, выраженные в прямой форме.	**Простые задачи, выраженные в косвенной форме.**
Сложение и вычитание	
Нахождение суммы. 1. *В клетке было 7 белых кроликов, к ним посадили 3 серых кроликов. Сколько всего кроликов стало в клетке?*	1. *В клетке было несколько белых кроликов, к ним посадили 3 серых кроликов. Всего в клетке стало 10 кроликов. Сколько было белых кроликов?* 10 кр. — 3 кр. = 7 кр. Формулировка задачи наталкивает учащегося на сложение, а решается задача вычитанием.
Увеличение числа на несколько единиц. 2. *Одно дерево было высотой 6 м, а другое на 2 м выше. Какой высоты было другое дерево?*	2. *Одно дерево высотой 6 м, и это дерево выше второго на 2 м. Какой высоты второе дерево?* 6 *м* — 2 *м* = 4 *м* Формулировка задачи соответствует сложению, а задача решается вычитанием.
Нахождение остатка. 3. *В бочке было 19 ведер воды. Из нее взяли на поливку*	3. *Из бочки на поливку цветов взяли 11 ведер воды, и в*

цветов 8 ведер. Сколько ведер воды осталось в бочке?

бочке осталось 8 ведер. Сколько ведер воды было в бочке?

11 вед. + 8 вед. = 19 вед.

Формулировка «в бочке осталось 8 ведер» соответствует вычитанию, а решается задача сложением.

Уменьшение числа на несколько единиц.

4. *Длина забора* 19 *м, а длина дома на* 12 *м меньше. Какова длина дома?*

4. *Длина дома 7 м, и это на 12 м меньше, чем длина забора. Какова длина забора?*

7 *м* + 12 *м* = 19 *м*

Формулировка «на 12 *м* меньше» соответствует вычитанию, а задача решается сложением.

Разностное сравнение.

5. *В горелки играли 7 мальчиков и 12 девочек. На сколько больше было девочек, чем мальчиков?*

5. *В горелки играли* 12 *девочек, и это на* 5 *человек больше, чем мальчиков. Сколько играло в горелки мальчиков?*

12 чел. — 5 чел. = 7 чел.

Формулировка «на 5 человек больше» соответствует действию сложения, а решается задача вычитанием.

Умножение и деление

Нахождение суммы равных слагаемых.

1. *Ученик купил 3 тетради по 13 копеек. Сколько он уплатил денег?*

1. *Ученик купил несколько тетрадей по 13 копеек и уплатил за них 39 копеек. Сколько тетрадей он купил?*

39 коп. : 13 коп.=3 (тетр.).

Формулировка «несколько тетрадей по 13 коп.» соответствует умножению, а решается задача делением.

Увеличение в несколько раз.

2. *Катя нашла в лесу 9 орехов, а Миша нашел орехов*

2. *Миша нашел в лесу 27 орехов, и это в 3 раза больше,*

в 3 раза больше. Сколько орехов нашел Миша?

чем нашла Катя орехов. Сколько орехов нашла в лесу Катя?

27 ор. : 3 = 9 ор.

Формулировка «в 3 раза больше» соответствует умножению, а решается задача делением.

Деление на равные части.

3. *Отец разделил 3-м детям 12 груш поровну. Сколько груш получил каждый из его детей?*

3. *Отец разделил несколько груш 3-м детям по 4 груши каждому. Сколько груш у него было?*

4 гр. $\times$ 3 = 12 гр.

Формулировка «отец разделил 3 детям груши» соответствует делению, а задача решается умножением.

Уменьшение в несколько раз.

4. *Для столовой купили сахару 18 кг, а печенья в 3 раза меньше. Сколько килограммов печенья купили?*

4. *Для столовой купили сахар и печенье. Печенья купили 6 кг, это в 3 раза меньше, чем купили сахару. Сколько килограммов сахара купили?*

6 *кг* $\times$ 3 = 18 *кг*.

Формулировка «в 3 раза меньше» соответствует делению, а задача решается умножением.

Деление по содержанию.

5. *Мама купила 15 яблок. Она дала каждому ребенку по 5 яблок. Сколько детей было у мамы?*

5. *Мама купила яблоки и разделила их между 3-мя детьми, каждому дала по 5 яблок. Сколько мама купила яблок?*

5 яб. $\times$ 3 = 15 яб.

Формулировка «разделила их между 3-мя детьми» соответствует делению, а задача решается умножением.

Кратное сравнение.

6. *Высота березы 12 м, а яблони 3 м. Во сколько раз береза выше яблони?*

6. *Высота яблони 3 м, и это в 4 раза ниже березы. Какова высота березы?*

3 *м* $\times$ 4 = 12 *м*.

Формулировка «в 4 раза ниже» соответствует делению, а задача решается умножением.

Приучить учащихся видеть функциональную зависимость между величинами и выражать ее формулой — числовой или буквенной — одна из задач обучения арифметике. Первые шаги в этом направлении учащийся делает при решении простых задач. В каждой простой задаче даются величины, находящиеся между собой в некоторой зависимости, а новая величина — искомая — находится в зависимости от данных. Неизвестное можно обозначать через x не только в задачах, выраженных в косвенной форме, но и в задачах, выраженных в прямой форме. Например, в первой задаче на сложение в прямой форме читаем: «В клетке было 7 белых кроликов. К ним посадили 3 серых кроликов. Сколько всего кроликов стало в клетке?» Решение задачи можно записать с x: $7+3=x$.

В первой задаче в косвенной форме читаем: «В клетке было несколько белых кроликов. К ним посадили 3 серых кроликов. Всего стало 10 кроликов. Сколько было белых кроликов?»

Задачу можно записать с x: $x+3=10$.

Данную задачу, выраженную в косвенной форме, можно решить подбором (подстановкой). Вместо x ставится такое число, которое вместе с числом 3 дает в сумме число 10, а именно: $7+3=10$. Следовательно, $x=7$. Но решение способом подбора (прикидки) можно выполнять в задачах и при первом знакомстве с задачами в косвенной форме (с детьми 6 и 7 лет) и с небольшими числами.

После ознакомления с решением подобных задач прикидкой (подбором) полезно переходить к решению задач, выраженных в косвенной форме, с записью тех действий, которые нужны для решения. В дальнейшем задачи в косвенной форме решаются на основании зависимости между элементами действий. Вернемся к задаче в косвенной форме о кроликах. Условие задачи «к ним посадили...» наталкивает на сложение ($x+3=10$), а решается она обратным действием — вычитанием: от 10 отнять 3 получится 7 ($10-3=7$). Вследствие этого в начальных классах школы такие задачи, выраженные в косвенной форме, называют иногда задачами «с обратным ходом решения».

Но не всегда задачи в косвенной форме решаются обратным действием. Покажем на примере:

З а д а ч а. *Дети принесли маме 9 яблок. Мама взяла несколько яблок, а остальные 3 яблока оставила детям. Сколько яблок взяла мама?*

Неизвестное обозначаем через x. Принесли маме 9 яблок, мама взяла x яблок (вычитаемое), детям осталось 3 яблока.

З а п и с ь: $9-x=3$; р е ш е н и е: $9-3=6$; $x=6$.

Как видим, задача в косвенной форме записана вычитанием и решается тоже вычитанием. Приведем задачу в косвенной форме с неизвестным делителем.

З а д а ч а. 16 *горшков с геранью поставили в школьном коридоре, поровну на каждое окно. На сколько окон поставлены горшки, если на каждом окне оказалось по 2 горшка?*

16 горшков поставили (распределили, разделили) на несколько окон — x окон (делитель). На каждом окне оказалось 2 цветка.

З а п и с ь: $16:x=2$; р е ш е н и е: $16:2=8$, $x=8$ (окон).

Условие задачи направляет мысль на деление, и задача решается делением. Надо заметить, что задачи этих двух видов в косвенной форме — с неизвестным вычитаемым и неизвестным делителем — являются задачами с прямым ходом решения, а не с обратным ходом, как все остальные задачи в косвенной форме.

Как известно, из каждой простой задачи, выраженной в прямой или косвенной форме, принятой за основную или исходную, можно составить производные задачи в косвенной или в прямой форме. В производной задаче искомое основной (или исходной) задачи берется данным производной задачи, а данные основной (или исходной) задачи поочередно являются искомыми производных задач. В дальнейшем будем употреблять термин «основная задача». Приведем примеры:

О с н о в н а я з а д а ч а. *В зоологическом саду было 7 бурых медвежат. В зоосад привезли еще 12 белых медвежат. Сколько медвежат стало в зоологическом саду?*

З а п и с ь: $7+12=x$; р е ш е н и е: $7+12=19$; $x=19$.

Сумма — искомая величина; 7 и 12 — данные слагаемые.

В производных задачах данными величинами являются сумма и одно из слагаемых, а второе слагаемое является искомым.

1-я производная задача. *В зоологическом саду 19 медвежат, из них 7 бурых, остальные белые. Сколько белых медвежат в зоологическом саду?*

Простая задача на вычитание: по сумме и одному из слагаемых найти второе слагаемое.

Запись и решение: $19-7=x$; $19-7=12$; $x=12$.

Во второй производной задаче неизвестным является слагаемое — бурые медвежата, а сумма 19 и слагаемое 12 являются данными.

2-я производная задача. *В зоологическом саду 19 медвежат, из них 12 белых, остальные бурые. Сколько бурых медвежат в зоологическом саду?*

Запись и решение: $19-12=x$; $19-12=7$; $x=7$.

Простая задача на вычитание с прямым ходом решения. Но из данной основной задачи можно составить также две производные задачи в косвенной форме с обратным ходом решения.

1-я задача, выраженная в косвенной форме. *В зоологическом саду было 7 бурых медвежат. Привезли еще несколько белых медвежат, и всего стало 19 медвежат. Сколько белых медвежат привезли?*

Запись: $7+x=19$; решение: $19-7=12$; $x=12$.

Формулировка задачи наводит на мысль о сложении, а задача решается вычитанием, т. е. задача в косвенной форме с обратным ходом решения.

2-я задача. *В зоологическом саду было несколько бурых медвежат, к ним привезли 12 белых медвежат. Всего стало 19 медвежат. Сколько было бурых медвежат?*

Запись: $x+12=19$; решение: $19-12=7$; $x=7$.

Судя по формулировке, задача на сложение, а решается обратным действием, т. е. задача с обратным ходом решения.

Итак, из основной задачи в прямой форме на сложение — нахождение суммы — составлены 4 производные задачи: 2 — простые на вычитание в прямой форме и 2 задачи в косвенной форме, с обратным ходом решения.

За основную задачу возьмем задачу в косвенной форме с обратным ходом решения.

Основная задача. *На строительство прислан самосвал грузоподъемностью 30 т, что в 6 раз больше грузоподъемности прежних самосвалов. Какова грузоподъемность прежних самосвалов?*

Запись: $x \cdot 6=30$; решение: $30:6=5$; $x=5$.

В производной задаче для определения множителя (6) в условие входят 30 *т* и 5 *т*.

1-я задача. *На строительство прислан самосвал грузоподъемностью 30 т, прежние самосвалы имели грузоподъемность 5 т. Во сколько раз больше грузоподъемность нового самосвала?*

Запись: $30:5=x$; решение: $30:5=6$; $x=6$. Задача в прямой форме. В производной задаче для определения произведения (30) в условие входят 5 (*т*) и 6 (раз).

2-я задача. *Грузоподъемность самосвала 5 т. На строительство прислан новый самосвал, грузоподъемность которого в 6 раз больше. Какова грузоподъемность нового самосвала?*

Запись: $5 \cdot 6=x$; решение: $5 \cdot 6=30$; $x=30$. Простая задача в прямой форме.

Итак, за основную задачу взята задача в косвенной форме с обратным ходом решения. Производные задачи — 2 простые задачи в прямой форме.

За основную задачу возьмем простую задачу в косвенной форме с прямым ходом решения.

Основная задача. *В сквере росло 10 кленов. Часть кленов пересадили на бульвар. Осталось 6 кленов. Сколько кленов пересадили?*

Запись: $10-x=6$; решение: $10-6=4$; $x=4$.

В условие одной производной задачи войдут 4 и 10. Определить оставшиеся клены (6). В условие другой производной задачи войдут 6 и 4. Определить, сколько кленов было в сквере (10).

Производные задачи. *1. В сквере росло 10 кленов. 4 клена пересадили на бульвар. Сколько кленов осталось?*

Запись и решение: $10-4=x$; $10-4=6$; $x=6$.

Простая задача в прямой форме на вычитание.

2. Из кленов, растущих в сквере, пересадили на бульвар 4 клена. В сквере осталось 6 кленов. Сколько кленов было в сквере?

Запись: $x-4=6$; решение: $4+6=10$; $x=10$.

Простая задача в косвенной форме с обратным ходом решения.

Итак, из основной задачи в косвенной форме получили две производные задачи: одну в прямой форме, вторую в косвенной форме с обратным ходом решения. Таким образом, задачи в косвенной форме встречаются как при составлении производных задач из основной задачи, выраженной в прямой форме, так и при составлении производных задач из основной задачи, выраженной в косвенной форме.

Опыт работы в школах в течение многих лет показывает, что решение задач и примеров в косвенной форме при систематическом изучении первого десятка, второго десятка и т. д. помогает изучению арифметических действий над целыми числами и особенно — сознательному решению задач учащимися. В задачах косвенной формы текст задачи подсказывает одно действие, а задача решается обратным действием, например, в условии слова «прилетел», «прибежал», «дал» и т. п. подсказывают действие сложение, а задача решается вычитанием, или слова «улетел», «убежал», «отдал» и т. п. подсказывают вычитание, а задача решается обратным действием. Поэтому ученику приходится думать, рассуждать, устанавливать зависимость между данными и искомыми больше, чем при решении задач с прямым ходом решения.

В стабильном сборнике задач по арифметике (учебник арифметики для I класса) отсутствуют примеры и задачи в косвенной форме в пределах 20. Таким образом, нарушена система решения задач и примеров в косвенной форме, которая существовала раньше в сборниках задач до выхода в свет последнего стабильного сборника задач для II класса (А. С. Пчелко и Г. Б. Поляк, 1965 г.).

В настоящее время в стабильном сборнике задач примеры и задачи в косвенной форме впервые даются в пределах 100. Такое нарушение системы решения задач в косвенной форме, во-первых, вызывает большие затруднения в их решении; во-вторых, на небольших числах (в пределах 10 и в пределах 20) быстрее и лучше дети понимают эти задачи и примеры; в-третьих, занимаясь решением примеров и задач в косвенной форме, учащиеся лучше и сознательнее усваивают арифметические действия в пределах 10, 20, 100 и т. п.

Исследования психологов, опыт работы учителей показывают, что невнимательное отношение к задачам и примерам в косвенной форме является одной из причин трудного усвоения арифметических действий и больших затруднений в решении задач. За последнее время в методической литературе печатаются статьи, в которых рекомендуется обратить внимание на решение примеров и задач в косвенной форме.

При составлении проектов программ по арифметике для начальной школы подчеркивается большое значение примеров и задач, выраженных в косвенной форме, для развития логического мышления.

Простые задачи и примеры, выраженные в косвенной форме или с обратным ходом решения, имеют следующее значение при изучении арифметики и других дисциплин.

1. В подготовительном курсе арифметики эти задачи и примеры помогают усваивать понятия о составе чисел, сложение и вычитание при изучении 20 и таблицу умножения и деления при изучении 100.

Поясним это на следующем случае сложения в пределах 20 с переходом через десяток: $8+5$. Сначала предлагается учащимся решить пример: $8+?=10$. Учащиеся, решая пример, говорят: «К 8 следует прибавить 2, чтобы получить 10». Затем предлагается решить пример: $2+?=5$. Учащиеся, решая второй пример, рассуждают: «К 2 надо прибавить 3, чтобы получилось 5». Задавая соответствующие вопросы, учитель подводит детей к приему сложения: «Чтобы к 8 прибавить 5, сначала надо к 8 прибавить 2, а затем к полученному числу прибавить 3». Наконец, учащиеся записывают: $8+2=10$; $10+3=13$; $8+5=13$.

Такой способ объяснения поможет первоклассникам сознательно усвоить и самостоятельно решить примеры на все случаи сложения с переходом через десяток при изучении таблицы сложения.

2. В этом курсе задачи и примеры, выраженные в косвенной форме, подготавливают к изучению темы «Зависимость между элементами действий и к проверке действий при прохождении многозначных чисел».

3. Решение простых задач и примеров, выраженных в косвенной форме, дает хорошую подготовку для решения составных неприведенных задач. В составную задачу могут входить простые задачи, выраженные как в прямой форме, так и в косвенной форме. Но решение составных неприведенных задач начинается с младших классов. Поэтому задачи, выраженные в косвенной форме на все действия, должны входить в простые и составные примеры и задачи во всех концентрах, от 10 до чисел любой величины. Кроме того, в практике и при изучении других дисциплин встречаются составные задачи, содержащие простые задачи в косвенной форме. Это относится ко всем отделам математики, особенно же часто задачи, выраженные в косвенной форме, встречаются в физике и химии.

4. Решение задач и примеров, выраженных в косвенной форме, используемое при изучении действий и решении задач в неприведенном виде, способствует развитию логического мышления, дает понятие о соотношении между величинами, о связи между арифметическими действиями. Большое значение имеет не только система решения задач в косвенной форме, но и методы их решения, особенно в пределах первого десятка и в пределах 20. Подробные советы о методах решения задач, выраженных в косвенной форме, даются ниже.

§ 2. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ И ПРИМЕРОВ В КОСВЕННОЙ ФОРМЕ

Простые задачи, выраженные в косвенной форме, рекомендуется начинать решать в I классе, применяя картинки и наглядное пособие «Угадай-ка».

При решении задач на задуманные числа, например *«Какое число надо прибавить к 4, чтобы получить 6?»* или такого же вида задачи с конкретным содержанием, учитель может использовать картину, на которой нарисовано дерево с двумя ветками. На одной ветке сидят 4 птички, а на другой — 2 птички. Учитель вешает картинку с птичками, предлагает посмотреть, что нарисовано и назвать число птичек. Когда учащиеся назовут число 6, учитель прибегает к такому приему: закрыв на картине 2-х птичек, он предлагает оставшихся птичек пересчитать и назвать их число (4 птички). Затем он задает вопрос: «А сколько надо прибавить к этим 4 птичкам, чтобы стало 6 птичек?»

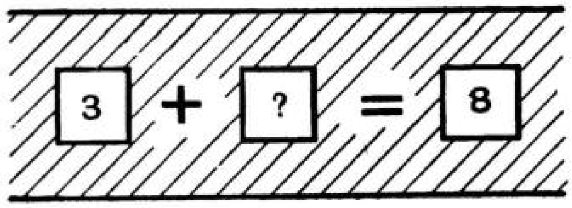


Рис. 1

Таким образом, при помощи картин можно решать задачи на сложение и вычитание в пределах 10 и задачи, выраженные в косвенной форме. Желательно пользоваться картинами с подвижными моделями (птички, животные, цветы, грибы, фрукты, ягоды и т. п.). Модели вставляются в прорезы картины или прикрепляются к картине кнопками. Наконец, картину можно заменить макетом: изображение дерева с птичками. Конечно, все указанные выше наглядные пособия используются и при решении других видов задач.

Кроме того, следует познакомить учащихся с решением задач, выраженных в косвенной форме, при помощи наглядного пособия «Угадай-ка». Пособие это следующее (рис. 1): в куске картона или фанеры делаются три прореза в форме прямоугольника. Между первым (слева) и вторым отверстиями ставится знак «+» (плюс), или «—» (минус), или «×» (умножение), или «:» (деление), а между вторым и третьим — знак «=» (равенство).

$$\boxed{6} + \boxed{?} = \boxed{10}$$

За каждым прорезом движется лента с цифрами и знаком вопроса. Передвигая ленты, можно разнообразить задания, т. е. составить пример на любое из четырех арифметических действий. Если нужно усложнить задание, т. е. дать пример с двузначными и трехзначными числами, то следует воспользоваться соответственно лентой с двузначными или трехзначными числами.

Решая пример, изображенный на рисунке, учитель спрашивает: «Скажите, какое число надо прибавить к 6, чтобы получить 10?» Когда же произносит число «6» или «10», то показывает указкой на соответствующие числа. Если ученик ответит «3», то учитель, двигая ленту, ставит вместо вопроса «3» и предлагает проверить полученный пример или устно, или на наглядном пособии. При проверке ученик убеждается, что цифра 3 названа неправильно. После этого учитель заменяет цифру 3 знаком вопроса и вновь спрашивает: «Какое число надо прибавить к 6, чтобы получить 10?»

Учащиеся с большим интересом решают подобные примеры. Наглядное пособие «Угадай-ка» повышает интерес к решению примеров и задач на зависимость между компонентами действий.

При изучении решения задач и примеров, выраженных в косвенной форме, в пределах 10 полезно применять наглядные пособия «Угадай-ка», иметь картину и закрывать один из компонентов действий. При первом ознакомлении учащихся с решением подобных задач в пределах 10 полезно иметь соответствующие картины, в которых предлагаются задачи, выраженные в косвенной форме.

Проиллюстрируем для примера картины с задачами, выраженными в косвенной форме, и покажем их решение. Учитель вывешивает картину на классной доске. Половина картины закрыта. Указывая на открытую половину картины, учитель спрашивает: «Что здесь нарисовано?» (Дедушка в лодке плывет. В лодке у него 4 зайца.) Учитель открывает вторую половину картины, (8 зайчат в лодке, дедушка снимает 9-го с льдины). Под руководством учителя дети составляют задачу: *У дедушки в лодке было сначала четыре зайца, потом он увидел еще несколько зайцев на льдине. Он их спас. Всего у него в лодке стало* 9 *зайчат. Сколько зайчат снял дедушка с льдины?*

Далее, учитель сам записывает на доске под диктовку учеников или вызывает к доске ученика и предлагает ему записать решение задачи. На доске появляется запись: «$4+\square=9$». Учитель спрашивает: «Какую цифру надо поставить вместо квадратика?» (Вместо квадратика нужно поставить цифру 5.) Потом учитель сам записывает на доске под диктовку учащихся или предлагает записать ученику. На доске появляется запись: «$4+5=$ $=9$». Наконец, повторяется условие задачи и ее решение.

Предлагаем сюжеты картин и задачи, составленные по картинам. Картины следует нарисовать такого размера, чтобы учащимся, сидящим за партами, отчетливо были видны все изображенные предметы. Однако для фронтального решения задач в классе можно использовать цветные картины, которые имеются на вкладке в конце данной книги. Но для этого надо иметь эпидиаскоп, при помощи которого можно увеличить изображение.

Задачи в косвенной форме

Неизвестное слагаемое

В детском саду на полке стоит кукла-космонавт. Дежурная девочка подходит к полке, в руках у нее корзинка с игрушками.	На полке 3 куклы-космонавта. Девочка отходит от полки.

З а д а ч а 1. *На полке стояла одна кукла-космонавт. Дежурная поставила на полку еще несколько кукол. На полке стало 3 куклы. Сколько кукол поставила девочка?*

$$1 + \square = 3.$$

У Пети 3 машины.	Два мальчика играют. Перед ними 5 машин.

З а д а ч а 2. *У Пети 3 машины и у Бори тоже есть свои машины. Мальчики стали играть вместе. У них 5 машин. Сколько машин Бориных?*

$$3 + \square = 5.$$

На полу 5 игрушечных вагонов. Мальчик достает из коробки вагоны.	Мальчик составляет поезд из 9 вагонов.

З а д а ч а 3. *Мальчик составляет поезд из 5 вагонов. У него есть еще вагоны в коробке. Мальчик достал их из коробки. Теперь у него поезд из 9 вагонов. Сколько вагонов было в коробке?*

$$5 + \square = 9.$$

На стебельке распустился 1 колокольчик.	На стебельке распустилось 8 колокольчиков.

З а д а ч а 4. *Шура поставила цветы в вазу. Расцвел 1 колокольчик. На следующий день на стебельке было 8 колокольчиков. Сколько колокольчиков расцвело за день?*

$$1 + \square = 8.$$

Неизвестное вычитаемое

6 ежей пьют молоко.

Остались 2 ежа, остальные убежали.

Задача 5. *Дети пионерского лагеря принесли из леса 6 ежей. Несколько ежей забралось в клетку. Около миски с молоком осталось 2 ежа. Сколько ежей в клетке?*

$$6 - \square = 2.$$

В аквариуме 9 золотых рыбок.

В аквариуме осталось 6 рыбок. Девочка уносит банку с рыбками.

Задача 6. *У девочки в аквариуме было 9 золотых рыбок. Несколько рыбок она подарила школе. В аквариуме осталось 6 рыбок. Сколько рыбок подарила девочка школе?*

$$9 - \square = 6.$$

В самолете было 9 парашютистов. Несколько человек осталось в самолете.

5 парашютистов приземлились.

Задача 7. *С самолета прыгнули 9 парашютистов. Из них несколько человек еще в воздухе, а 5 человек приземлились. Сколько парашютистов еще в воздухе?*

$$9 - \square = 5.$$

На поляне было 10 лосей. Три лося подняли голову, прислушиваются.

Осталось 7 лосей. На поляну вышли два мальчика.

Задача 8. *На поляне было 10 лосей. Несколько лосей убежало в лес. На поляне осталось 7 лосей. Сколько лосей убежало?*

$$10 - \square = 7.$$

Неизвестное уменьшаемое

На поляне много ландышей, но распустились еще не все.

У девочки в руках 3 распустившихся сорванных ландыша. Еще осталось 6 распустившихся ландышей.

Задача 9. *Распустилось несколько ландышей. Девочка сорвала 3 ландыша, осталось еще 6 ландышей. Сколько ландышей распустилось?*

$$\square - 3 = 6.$$

Девочка будет плести венок из ромашек. Около нее сорванные цветы, но сосчитать их трудно.	Девочка начала плести венок. Вплела уже 4 ромашки. Около нее лежат 6 ромашек.

Задача 10. *Девочка нарвала ромашек для венка. 4 ромашки она уже вплела. Осталось у нее 6 ромашек. Сколько ромашек сорвала девочка?*

$$\square - 4 = 6.$$

Мальчик пускает бумажные кораблики.	3 кораблика плывут хорошо. 5 корабликов застряли у берега.

Задача 11. *У мальчика было несколько бумажных корабликов. 3 кораблика поплыли, а остальные 5 корабликов остались на берегу. Сколько корабликов было у мальчика?*

$$\square - 3 = 5.$$

Коля вынимает из коробки солдатиков, ставит их на плот.	Плот прибило к берегу. 2 солдатика упали в воду, чуть видны. На плоту 7 солдатиков.

Задача 12. *Коля построил плот, поставил на него несколько солдатиков и пустил плот на воду. Плот прибило к берегу. Из всех солдатиков 2 упали в воду, на плоту остались 7 солдатиков. Сколько солдатиков поставил Коля на плот?*

$$\square - 2 = 7.$$

Неизвестное слагаемое

В альбоме открытки с портретами космонавтов. Девочка несет еще 2 открытки.	В альбоме всего 11 открыток.

Задача 13. *У детей были открытки с портретами всех космонавтов. Девочка купила еще 2 открытки с портретами новых космонавтов, и у нее стало 11 открыток. Сколько открыток с портретами космонавтов было у девочки раньше?*

$$\square + 2 = 11.$$

На опушке леса 6 мальчиков, один трубит сбор, 7-й выходит из леса.

Построились парами 14 человек, 1 впереди.

Задача 14. *На опушке леса 6 мальчиков, к ним подходит из лесу еще 1. Несколько мальчиков в лесу. Наконец, все собрались, построились. Всего 15 человек. Сколько мальчиков было в лесу?*

$$\square + 7 = 15.$$

Кусты смородины для посадки. Мальчик посадил 4 кустика.

На участке посажено 12 кустов.

Задача 15. *Дети сажали смородину. Володя посадил 4 куста, несколько кустов посадила сестра. Всего дети посадили 12 кустов. Сколько кустов смородины посадила сестра?*

$$4 + \square = 12.$$

3 пчелы сидят на цветах. К ним летит еще много пчел.

На цветах сидят 15 пчел.

Задача 16. *На цветах сидят 3 пчелы. К ним летят еще пчелы. На цветах стало всего 15 пчел. Сколько пчел прилетело?*

$$3 + \square = 15.$$

7 грачей расхаживают по пашне. Вдали летят грачи.

На пашне 13 грачей.

Задача 17. *На пашне 7 грачей выбирают червяков. К ним прилетели грачи. Всего на пашне стало 13 грачей. Сколько грачей прилетело?*

$$7 + \square = 13.$$

На высокой березе 5 грачиных гнезд.

На березе 16 грачиных гнезд.

Задача 18. *Вчера на березе было 5 грачиных гнезд, а сегодня Сережа насчитал 16 гнезд. Сколько новых гнезд свили грачи?*

$$5 + \square = 16.$$

Неизвестное вычитаемое

16 уток плавают в пруду.

На воде осталось 6 уток. Несколько уток в камышах.

Задача 19. *На озере плавали 16 уток. Несколько уток уплыло в камыши. На озере осталось 6 уток. Сколько уток уплыло в камыши?*

$$16 - \square = 6.$$

Во дворе курица с 15 цыплятами.

Показался ястреб. Цыплята бросились к курице. Она накрыла их крыльями, а 3 цыпленка продолжают клевать зерна под кустом.

Задача 20. *Во дворе гуляла курица с 15 цыплятами. Вдруг показался ястреб, цыплята бросились к курице, она накрыла их крыльями. 3 цыпленка остались клевать зерна под кустом. Сколько цыплят спряталось у курицы под крыльями?*

$$15 - \square = 3.$$

На столе в коробке 14 яиц.

Несколько яиц едят дети. Остальные 10 яиц лежат в коробке.

Задача 21. *Мама купила 14 яиц. Она сварила детям на завтрак несколько яиц. Осталось 10 яиц. Сколько яиц сварила мама?*

$$14 - \square = 10.$$

Перед мальчиком на столе много яблок.

Мальчик 10 яблок отложил в решето, а остальные 8 остались на столе.

Задача 22. *Яблоки созрели. Алеша их сорвал и положил на стол. 10 яблок он положил в решето. На столе осталось 8 яблок. Сколько яблок сорвал Алеша?*

$$\square - 10 = 8.$$

На тарелке 18 слив. Мальчик у стола, смотрит на сливы.

На тарелке 15 слив. Мальчик уходит.

Задача 23. *На тарелке 18 слив. Взял ли мальчик сливы и сколько, если на тарелке осталось 15 слив?*

$$18 - \square = 15.$$

Из таза мальчик взял 8 штук рассады помидоров.	Девочка берет остальные 6 штук рассады.

Задача 24. *Для посадки принесли рассаду помидоров. Мальчик взял 8 кустиков. Осталось 6 кустиков. Сколько кустиков рассады принесли для посадки?*

$$\square - 8 = 6.$$

Грузовик с мешками муки около пекарни. Борт открыт, видны мешки.	Выгрузили 12 мешков. В грузовике видны 7 мешков.

Задача 25. *К хлебопекарне подъехал грузовик, привез муку в мешках. В пекарню выгрузили 12 мешков. На грузовике осталось 7 мешков. Сколько мешков муки было на грузовике?*

$$\square - 12 = 7.$$

На грузовике саженцы.	11 саженцев посажены, их поливают. 7 саженцев уносят школьники.

Задача 26. *На школьный участок привезли саженцы груш и яблонь. 11 яблонь отдали шестому классу, а остальные саженцы груши посадил пятый класс. Сколько всего саженцев привезли на школьный участок, если пятый класс посадил 7 груш?*

$$\square - 11 = 7.$$

Составить задачу по картинке и по вопросу к примеру.

Строится дом. Около него строительный кран. Два этажа готовы.	Выстроен 7-этажный дом.

Задача 27. *Сколько еще этажей выстроили?*

$$2 + \square = 7.$$

В клетке 10 обезьян.	В клетке осталось 7 обезьян.

Задача 28. *Сколько обезьянок перевели в другую клетку?*

$$10 - \square = 7.$$

6 скворечников.

11 скворечников.

Задача 29. *Сколько скворечников еще принесли пионеры?*

$$6 + \square = 11.$$

В магазине на стойке висит 7 школьных платьев.

Со склада принесли еще платья. Теперь на стойке висит 15 детских платьев.

Задача 30. *Сколько платьев принесли со склада?*

$$7 + \square = 15.$$

13 ласточек сидят на проводах.

Осталось 5 ласточек. Остальные улетают.

Задача 31. *Сколько ласточек улетело?*

$$13 - \square = 5.$$

11 человек идут к вертолету.

Вертолет в воздухе. Оставшиеся 8 человек смотрят вслед вертолету.

Задача 32. *Сколько человек улетело?*

$$11 - \square = 8.$$

На бульваре растут 5 больших лип. Видно несколько вырытых ям для посадки. Подъехал грузовик с деревьями. Около него рабочие с лопатами.

На бульваре всего 14 лип. Рабочие на грузовике уезжают.

Задача 33. *Сколько лип вновь посажено?*

$$5 + \square = 14.$$

На кормушке 2 птички. Вера насыпает зерна.

На кормушке собралось 11 птичек.

Задача 34. *Сколько птичек прилетело?*

$$2 + \square = 11.$$

На аэродроме стояли 12 самолетов.	Несколько самолетов поднялось в воздух. На аэродроме осталось 5 самолетов.

З а д а ч а 35. *Сколько самолетов улетело?*

$$12 - \square = 5.$$

На полке 3 книги. Девушка распаковывает связку книг.	На полке 12 книг.

З а д а ч а 36. *Сколько книг было в связке?*

$$3 + \square = 12.$$

4 собаки бегут к пограничнику. И он ведет еще на поводке несколько собак.	Всего у пограничника на площадке стало 16 собак.

З а д а ч а 37. *Сколько собак было у пограничника на поводке?*

$$4 + \square = 16.$$

Трое школьников встречают пионеров у автобусной остановки. Подошел автобус. Из автобуса выходят пионеры.	Дети построились. Всего 20 человек.

З а д а ч а 38. *Сколько человек приехало?*

$$3 + \square = 20.$$

На детской площадке много детей. На качелях 6 детей.	К ним подошло еще несколько человек, и они отправились на горку. На горке их было 11.

З а д а ч а 39. *Сколько детей добавилось?*

$$6 + \square = 11.$$

Дети построили снежную крепость. Играют: нападающие и защитники. Всего 14 человек.	Остались 2 защитника и 1 нападающий. Остальные стоят в стороне.

З а д а ч а 40. *Сколько человек вышло из игры?*

$$14 - \square = 3.$$

Задачи и примеры

1. Маша сорвала с грядки 3 огурца, несколько огурцов сорвала ее сестра. Девочки сорвали всего 8 огурцов. Сколько огурцов сорвала Машина сестра?

Запиши решение задачи и сосчитай.

$$3 + \square = 8.$$

2. Мама купила 5 коробок спичек. Через неделю у нее осталось 2 коробки. Сколько коробок истратила мама за неделю?

3. На блюде лежало 5 яблок. Яблоки накрыли салфеткой. Видно одно яблоко. Сколько яблок накрыто?

Запиши: $5 - \square = 1$ — и реши.

4. Реши примеры:

$1 + \square = 3 \qquad 3 - \square = 1 \qquad 1 + \square = 5$

$\square + 2 = 4 \qquad 5 - \square = 1 \qquad 3 - \square = 0$

5. Составь задачу к примеру $6 - \square = 3$ и реши ее.

6. Поставь пропущенное число и проверь:

$3 + \square = 6 \qquad \square + 4 = 6 \qquad 6 - \square = 2 \qquad \square - 1 = 5$

$3 + \square = 5 \qquad \square + 5 = 6 \qquad 4 - \square = 0 \qquad \square - 2 = 0$

7. Мальчикам дали 7 шурупов, чтобы они починили петли парт. После ремонта у мальчиков осталось 3 шурупа. Сколько шурупов израсходовали мальчики?

8. $4 + \square = 7 \qquad 2 + \square = 7 \qquad 5 - \square = 4 \qquad 7 - \square = 1$

$\square + 5 = 7 \qquad 1 + \square = 6 \qquad 7 - \square = 3 \qquad \square - 5 = 0$

9. Задумай какое хочешь число, меньшее 5. Прибавь к нему 3, отними 2 и отними сколько задумал. В ответе у тебя получилось 1. Верно?

* Попробуй задумать какое-нибудь другое число и опять в ответе получишь 1. Проверь.

10. Придумай задачу к примеру $5 + \square = 7$ и реши ее.

11. Витя положил на стол 7 рыбок и вышел из комнаты. Когда он вернулся, на столе лежало только 5 рыбок, а под столом облизывался кот. Сколько рыбок съел кот?

12. Мама сделала несколько котлет, и 2 котлеты сделала ее дочь. Обе они сделали 8 котлет. Сколько котлет сделала мама?

Запиши: $\square + 2 = 8$ — и реши.

13. Придумай задачу к решению: $\square+1=8$.

14. Пионеры сделали 9 флажков, а надо было сделать 8 флажков. Сколько лишних флажков сделали пионеры?

15. Надо было исправить печь. Для этого принесли 9 кирпичей. После ремонта печи осталось 3 кирпича. Сколько кирпичей израсходовал печник на ремонт печи?

Запиши решение: $9-\square=3$.

16.

$4+\square=10$	$10-\square=7$	$\square+2=9$
$7-\square=4$	$3+\square=7$	$\square+3=7$
$9-\square=7$	$2+\square=9$	$\square+2=3$

17. Составь задачу и реши ее. На цветах сидят 3 пчелы, потом их стало 9.

18. На полке стояло 7 кувшинов. Несколько кувшинов сняли с полки. Осталось $\square$ кувшинов. Сколько кувшинов сняли с полки?

Подбери число и реши задачу.

19. В сарае стояло несколько леек. Дети взяли для полива грядок 6 леек. 3 лейки осталось. Сколько леек было в сарае?

Запиши условие $\square-6=3$ и реши задачу.

20. Мальчик дал своему товарищу 9 слив, у него осталось еще 11 слив. Сколько слив было у мальчика сначала?

21. Девочка купила перьев на 8 копеек, и у нее осталось еще 12 копеек. Сколько денег было у девочки до покупки перьев?

22. Поставь пропущенные знаки действий и пропущенные числа:

$\square \ldots 4=5$	$\square \ldots 2=10$	$9 \ldots \square=4$
$\square \ldots 3=7$	$8 \ldots \square=9$	$10 \ldots \square=8$
$\square \ldots 5=10$	$\square \ldots 5=16$	$12 \ldots \square=2$
$\square \ldots 6=16$	$14 \ldots \square=10$	$8 \ldots \square=20$

23. Составь примеры:

$\square+\square=20$	$\square+\square=19$	$\square+\square=9$
$\square-\square=10$	$\square+\square=10$	$\square+\square=13$

24. Составь пример и придумай к нему задачу:

1) $\square + \square = 8$ и 2) $\square - \square = 10$

25. Реши примеры:

$14 = 1 + \square$	$2 + \square = 20$	$14 - \square = 3$
$15 = 2 + \square$	$3 + \square = 20$	$17 - \square = 5$
$19 = 7 + \square$	$4 + \square = 20$	$18 - \square = 5$
$15 = 4 + \square$	$5 + \square = 20$	$15 - \square = 2$

26. Подбери примеры к ответам:

$\square + \square = 15$	$\square + \square = 16$	$\square + \square = 12$
$\square + \square = 14$	$\square + \square = 14$	$\square + \square = 12$
$\square - \square = 8$	$\square - \square = 6$	$\square + \square = 13$
$\square - \square = 18$	$\square - \square = 7$	$\square + \square = 13$

При решении задач на зависимость между компонентами необходимо прежде всего установить, в какой зависимости находятся данные и искомая величина. При первоначальном знакомстве с записью таких примеров и задач неизвестное сначала обозначают квадратиком «□», потом знаком вопроса «?» и затем как обычно буквой «x». Но их же можно решать и как простые арифметические задачи. Например:

* *На воскресник по устройству спортивной площадки обещали прийти* 40 *человек, кроме них пришло еще несколько человек. Всего пришли* 52 *человека. На сколько человек больше пришло на воскресник?*

Обозначив искомое через x, записываем решение задачи: $40 + x = 52$.

Неизвестное слагаемое находится вычитанием: $52 - 40 = 12$, $x = 12$. Эту же задачу можно рассматривать как простую задачу на разностное сравнение 52 чел. $-$ 40 чел. $=$ 12 чел.

* 23 *человека записались ехать на рыбалку автобусом. Из них несколько человек приехали поездом. В автобусе было* 18 *человек. Сколько человек поехало поездом?*

Число человек, уехавших поездом, обозначим через x, записываем решение задачи: $23 - x = 18$. Неизвестное вычитаемое находим вычитанием: $23 - 18 = 5$.

Эту же задачу можно рассматривать как простую задачу на нахождение остатка: из 23 записавшихся человек поехали автобусом 18 человек, остальные уехали поездом. Сколько человек поехало поездом?

Решение. 23 чел. − 18 чел. = 5 чел.

* *Несколько человек внесли каждый по 3 рубля для покупки лодки. Набралась сумма 21 рубль. Сколько человек покупали лодку?*

Обозначаем через x искомую величину, 3 (руб.) и x (человек) являются сомножителями, а 21 (руб.) — произведением. Задача записывается: $3 \times x = 21$, чтобы найти x, применяют правило нахождения множителя: $21 : 3 = 7$.

Эту же задачу можно рассмотреть как простую задачу на деление по содержанию: 21 руб. : 3 руб. = 7 (чел.).

* *Несколько корешков капустной рассады разделили для посадки между 12 школьниками. Каждый получил по 10 корешков. Сколько всего корешков рассады получили школьники?*

Обозначим искомое через x. Текст задачи и результат: «разделили и получили по 10 корней» — подсказывает действие: $x : 12 = 10$. Чтобы найти делимое, нужно выполнить умножение: $12 \times 10 = 120$; $x = 120$.

Эту же задачу можно рассматривать как простую задачу на умножение: нахождение суммы равных слагаемых

$$10\text{ к.} \times 12 = 120\text{ к.}$$

ГЛАВА II

ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ КОМПОНЕНТАМИ И РЕЗУЛЬТАТОМ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ

§ 3. ЧИСЛА ПЕРВОГО ДЕСЯТКА

Зависимость компонентов 4-х действий следует изучать в курсе арифметики начальной школы с самой первой темы. Уже в отделе чисел 1-го десятка учитель, предлагая для решения задачи и примеры в форме вопросов на сложение «К какому задуманному числу надо прибавить 5, чтобы получилось 7», или «Какое число надо прибавить к 5, чтобы получилось 8», подводит детей к определению слагаемого по сумме и другому слагаемому. Применение игры «Угадай-ка» на числах в пределе 1-го десятка есть не что иное, как решение примеров на нахождение компонентов первых двух действий над числами первого десятка. Например: $4+?=6$, или $?+5=9$, или задача: *В живом уголке несколько белых кроликов, а остальные 7 — черные. Всего же в живом уголке 10 кроликов. Сколько белых кроликов в живом уголке?*

В примере $4+?=6$ от 6-ти отсчитываем 4 единицы первого числа, оставшиеся единицы составят второе число, так как число 6 состоит из единиц того и другого числа. Точно так же объясняется решение второго примера $?+5=9$. Число 9 содержит все единицы обоих чисел: 5-ти и неизвестного числа. Отняв 5 единиц от 9-ти, найдем число единиц неизвестного числа. При записи условия учитель может обозначать неизвестное число знаком вопроса.

Решение задачи о кроликах записывается следующим равенством: $?+7=10$, неизвестное число находится отсчитыванием 7-ми от 10-ти, потому что 10 состоит из единиц неизвестного числа и 7-ми. Отсчитав 7 от 10-ти, найдем неизвестное число.

Задания, подобные приведенным, даются и на вычитание в пределах 10, когда приходится по компонентам вычитания находить неизвестное число.

Например: *От какого числа надо отнять* 3, *чтобы осталось* 4? (Запись условия: $? - 3 = 4$.)

Или: *Какое число надо отнять от* 8, *чтобы получить* 6? (Запись: $8 - ? = 6$.)

Или задача: *Девочка заплатила за краски 7 копеек и получила сдачи 3 копейки. Сколько денег она подала в кассу?*

При решении первого примера $? - 3 = 4$ к числу 4 присчитываем 3, потому что в неизвестном числе должны содержаться как 3 единицы, которые отсчитываются, так и 4 единицы, которые остаются. Запись примера делается следующая:

$$? - 3 = 4; \quad 7 - 3 = 4; \quad 8 - ? = 6; \quad 8 - 2 = 6 \text{ и т. д.}$$

Во 2-м примере ($8 - ? = 6$) дети отсчитывают от 8 одну, две единицы, пока в остатке не получится 6.

При решении задачи к 7 копейкам присчитывают 3 копейки, так как в первоначальной монете должны заключаться и уплаченные 7 копеек и лишние 3 копейки, составившие сдачу.

Первый и третий примеры приводят к нахождению неизвестного уменьшаемого, второй пример — к нахождению вычитаемого. Проанализировав несколько примеров и задач, учитель дает задания для тренировки. Здесь подробный разбор делается только в случае, если многие учащиеся не справятся с заданием.

Примеры и задачи

1. $4 + ? = 6$	$2 + ? = 5$	$3 + ? = 9$
$7 + ? = 8$	$3 + ? = 7$	$2 + ? = 10$
$6 + ? = 9$	$4 + ? = 9$	$1 + ? = 7$
$5 + ? = 8$	$2 + ? = 8$	$4 + ? = 10$
2. $? + 3 = 7$	$5 + ? = 8$	$7 + ? = 9$
$? + 4 = 7$	$3 + ? = 8$	$5 + ? = 6$
$? + 5 = 7$	$2 + ? = 8$	$? + 2 = 10$
$? + 6 = 7$	$4 + ? = 8$	$? + 3 = 9$

3. $4 + ? = 9$ $\quad ? + 6 = 9$ $\quad ? + 1 = 7$

$5 + ? = 7$ $\quad ? + 4 = 6$ $\quad ? + 6 = 8$

$3 + ? = 7$ $\quad ? + 2 = 7$ $\quad ? + 3 = 5$

$1 + ? = 6$ $\quad ? + 1 = 5$ $\quad ? + 2 = 9$

4. К какому числу надо прибавить 7, чтобы получилось 8?

5. Какое число надо прибавить к 4, чтобы получилось 9?

6. Какое число надо увеличить на 2, чтобы получилось 7?

7. На какое число надо увеличить 6, чтобы получилось 9?

8. Я задумал число, если сложить его с 5-ю, то получится 10. Какое это число?

9. Мальчику дали несколько тетрадей в клетку и 6 тетрадей в линейку, а всего 10 тетрадей. Сколько тетрадей было в клетку?

10. Девочка истратила 8 копеек на тетради и несколько копеек на перья, всего она уплатила 10 копеек. Сколько стоили перья?

11. К началу полевых работ отремонтировали 7 плугов и несколько борон, всего 10 машин. Сколько отремонтировали борон?

12. Дети сделали 7 флажков. Сколько еще надо сделать флажков, чтобы их было 9?

13. На покосе было 5 копен сена. Сколько копен надо еще сложить, чтобы их стало 10?

14. Ученик решил несколько устных примеров, потом еще 5 письменных примеров, а всего оказалось 9 решенных примеров. Сколько устных примеров решил ученик?

15. Мальчик поймал несколько ершей, а окуней на 3 больше, всего 9 окуней. Сколько ершей поймал мальчик?

16. У стола стояло несколько стульев. Когда поставили еще 4 стула, их стало 10. Сколько стульев стояло у стола?

17. $7 - ? = 3$ $\quad 6 - ? = 5$ $\quad 5 - ? = 3$

$8 - ? = 5$ $\quad 9 - ? = 8$ $\quad 9 - ? = 7$

$9 - ? = 4$ $\quad 10 - ? = 6$ $\quad 7 - ? = 5$

$10 - ? = 7$ $\quad 8 - ? = 5$ $\quad 8 - ? = 6$

18.

$? - 3 = 2$	$8 - ? = 6$	$9 - ? = 3$
$? - 4 = 2$	$8 - ? = 5$	$10 - ? = 5$
$? - 5 = 2$	$8 - ? = 3$	$10 - ? = 8$
$? - 8 = 2$	$8 - ? = 1$	$7 - ? = 5$

19.

$8 - ? = 6$	$? - 2 = 6$	$? - 1 = 9$
$7 - ? = 2$	$? - 2 = 4$	$? - 4 = 3$
$9 - ? = 9$	$? - 1 = 5$	$? - 3 = 5$
$5 - ? = 1$	$? - 3 = 6$	$? - 2 = 5$

20. От какого числа надо отнять 3, чтобы осталось 4?

21. Какое число надо уменьшить на 5, чтобы получилось 2?

22. Я задумал число, если уменьшить его на 3, то получится 6. Какое число я задумал?

23. Какое число надо отнять от 8-и, чтобы осталось 4?

24. На какое число надо уменьшить 9, чтобы осталось 1?

25. Задуманное число я отнял от 9-и, осталось 6. Какое число я задумал?

26. Задуманное число отняли от 10-и, получилось 5. Какое число задумали?

27. Хозяйка купила несколько штук помидоров, истратила на обед 7 штук, и осталось 2 штуки. Сколько помидоров было куплено?

28. У девочки были тетради. Она отдала брату 4 тетради и осталось 6 тетрадей. Сколько тетрадей было у девочки?

29. На полке стояли книги. Когда сняли 3 книги, на полке осталось 5 книг. Сколько книг было на полке?

30. Надо измерить шагами расстояние от одной стены до другой. Мальчик сделал 7 шагов, ему осталось сделать еще 3 шага. Сколько шагов было от одной стены до другой?

31. Ученик учится писать все цифры. Он умеет писать 4 цифры, осталось научиться писать еще 6 цифр. Сколько цифр должен научиться писать ученик?

32. С яблоневой ветки упало 3 яблока, еще 5 яблок осталось на ветке. Сколько яблок было на ветке сначала?

33. В коробке было 9 конфет, несколько конфет дали детям, и осталось 2 конфеты. Сколько конфет дали детям?

34. Из заданных 7 примеров несколько примеров мальчик выполнил, осталось сделать 1 пример. Сколько примеров мальчик выполнил?

35. Лестница состоит из 9 ступеней. Ребенок прошел часть лестницы, ему осталось пройти 3 ступеньки. Сколько ступенек прошел ребенок?

36. Для строящегося дома надо 10 рам. Когда часть рам изготовили, осталось сделать 2 рамы. Сколько рам было изготовлено?

37. Из конюшни вывели 2-х лошадей, и там осталось еще 5 лошадей. Сколько лошадей было в конюшне?

38. Из гаража выехали 4 грузовые машины, и там осталось еще 5 легковых машин. Сколько всего машин было в гараже?

39. С речки привезли бочку воды, 4 ведра воды оставили для питья, а 6 ведер израсходовали на поливку. Сколько ведер воды было в бочке?

40. За огурцы девочка заплатила сначала несколько копеек, а потом доплатила еще 2 копейки. Огурцы стоили 7 копеек. Сколько копеек заплатила девочка сначала за огурцы?

41. На пне росли опенки. Мальчик сорвал 7 грибов, а 3 гриба оставил. Сколько грибов было на пне?

42. У ученика было 5 копеек. На покупку ручки ему не хватило 4 копейки. Сколько стоила ручка?

43. В бочке было 6 ведер воды. На поливку грядок не хватило 3-х ведер. Сколько ведер воды требовалось для поливки грядок?

44. В бидон влили 5 кружек молока. Чтобы наполнить бидон, не хватило 3-х кружек молока. Сколько кружек молока вмещал бидон?

45. На тарелке лежало 6 яблок. Сколько яблок взяла девочка, если на тарелке осталось 5 яблок?

46. В мешке было 8 корзин картофеля. Часть картофеля взяли. Осталось 6 корзин картофеля. Сколько корзин картофеля было взято из мешка?

47. У ученика было 10 копеек; после покупки конверта у него осталось 9 копеек. Сколько он заплатил за конверт?

48. Ручка стоила 9 копеек. На покупку ручки ученику не хватило 7 копеек. Сколько денег было у ученика?

49. Карандаш стоил 6 копеек. После покупки у ученика осталось 4 копейки. Сколько денег было у ученика?

50. В пачке было 10 коробок спичек. К концу месяца в ней осталось 6 коробок. Сколько коробок спичек израсходовали за месяц?

51. Из посаженных 10-и березок не принялось 2. Сколько березок принялось?

52. На ремонт дома требовалось 9 бревен. Сколько бревен имел колхозник, если ему не хватало 7 бревен?

53. В школу принимают детей 7-летнего возраста. Сколько лет девочке, если она пойдет в школу через 3 года?

54. Мальчику сейчас 10 лет. Сколько лет назад ему было 8 лет?

55. Девочке сейчас 9 лет. Сколько лет назад ей было 7 лет?

56. Девочке сейчас 6 лет. Через сколько лет ей будет 9 лет?

57. Дети сделали для елки 7 игрушек. Сколько еще нужно сделать игрушек, чтобы их было 10?

58. В составе поезда было 8 вагонов. Сколько вагонов нужно еще прицепить, чтобы их было 10?

59. В прошлом году в городе было 8 школ, а в этом году их стало 9. Сколько школ построили в этом году?

60. Ученику сейчас 10 лет. В школу он поступил, когда ему было 7 лет. Сколько лет он учился в школе?

61. Обедать должны были 9 человек. У стола стояло 6 стульев. Сколько еще стульев нужно поставить к столу?

62. Ученик купил карандаш и, уплатив 10 копеек, получил 4 копейки сдачи. Сколько стоил карандаш?

63. Хозяйка купила коробку спичек и, уплатив 5 копеек, получила 4 копейки сдачи. Сколько стоила коробка спичек?

64. Брат обещал сестре для коллекции 10 марок. Он ей дал 3 марки. Сколько марок он ей еще должен?

65. Нужно было решить 6 примеров. Ученик же решил 8 примеров. Сколько лишних примеров решил ученик?

66. Мальчик набрал 8 корзин картофеля, и ему осталось набрать еще 2 корзины. Сколько корзин картофеля должен набрать мальчик?

67. Ученик решил 5 примеров, ему осталось решить 3 примера. Сколько примеров было задано ученику?

68. Ученику нужно было решить 8 примеров. Ему осталось решить 3 примера. Сколько примеров он решил?

69. Ручка стоила 8 копеек. Сколько копеек не хватило ученику на покупку ручки, если у него было только 5 копеек?

70. Ручка стоила 8 копеек. Сколько копеек было у ученика, если на покупку ручки ему не хватило 5 копеек?

71. Ученик купил карандаш, который стоил 6 копеек, и подал в кассу 10 копеек. Сколько он получил сдачи?

72. В бидон вмещается 9 кружек молока, а влили туда 6 кружек. Сколько кружек молока может еще вместить бидон?

73. В бидоне сначала было 9 кружек молока. Потом в нем осталось 7 кружек молока. Сколько кружек молока взяли из бидона?

74. В бидон вмещается 9 кружек молока, не долили 4 кружки. Сколько кружек молока влили в бидон?

75. Для починки пола нужна была доска в 6 метров. Купили же доску в 8 метров. Какой длины придется отрезать конец у этой доски?

76. Для белья нужна была веревка длиной в 7 метров. У хозяйки была веревка длиной в 5 метров. Какой длины потребуется веревка, чтобы надвязать имеющуюся веревку? (Узлы не учитывать.)

77. От покупки карандаша за 6 копеек у ученика осталось 4 копейки. Сколько денег было первоначально у ученика?

78. Мальчику было разрешено взять 5 яблок, а он взял 7 яблок. Сколько лишних яблок взял мальчик?

79. У девочки было 9 копеек. При покупке листа цветной бумаги она получила сдачу 2 копейки. Сколько стоил лист цветной бумаги?

80. Расстояние от пола до потолка 4 метра, высота же двери равна 2 метрам. Сколько метров было от верха двери до потолка? Сделай рисунок стены.

81. Длина забора вместе с воротами была равна 9-и метрам. Ворота были шириной 4 метра. Какой длины забор без ворот? Сделай рисунок.

82. Ширина комнаты была равна 8-и метрам. Провода электрической лампочки были протянуты по потолку на 5 метров. На сколько метров провода не доходили до другой стены? Сделай рисунок.

83. Колодец был глубиной в 7 метров, а веревка для ведра была длиной в 8 метров. Как велик был лишний конец веревки?

§ 4. ЧИСЛА ВТОРОГО ДЕСЯТКА

В пределе чисел второго десятка примеры и задачи на нахождение компонентов двух действий берутся в тех же формах, как над числами первого десятка; кроме того, добавляются вычисления компонентов умножения и деления. Поясним на задачах и примерах.

1. Я задумал число, если к нему прибавить 8, *то получится* 13. *Какое это число?*

Вопрос записывается учителем в прежней форме: $? + 8 = 13$.

2. Придумайте число, к которому надо прибавить 6, *чтобы получилось* 14.

Запись вопроса: $? + 6 = 14$.

3. Какое число надо прибавить (присчитать) к 8, *чтобы получилось* 15?

Запись: $8 + ? = 15$.

4. В бригаде было 9 *мужчин и несколько женщин, всего* 16 *человек. Сколько в бригаде женщин?*

5. Я придумал число. Если от него отнять (отсчитать) 8, *то получится* 9. *Какое это число?*

Запись: $? - 8 = 9$.

6. Какое число надо отнять от 12, *чтобы осталось* 5? Или: $12 - ? = 5$.

7. Я задумал число, если отсчитать (отнять) его от 16, *то останется* 12. *Какое это число?*

8. В кувшине было несколько стаканов молока. Когда выпили 6 *стаканов, осталось еще* 7 *стаканов молока. Сколько стаканов молока было в кувшине?*

9. В столовой было 12 *кг моркови, когда истратили несколько килограммов на приготовление обеда, то осталось* 7 *кг. Сколько моркови истратили на обед?*

Решение примеров объясняется следующим образом: в первом примере ($? + 8 = 13$) число 13 содержит все единицы обоих чисел: того, к которому присчитывают, и того, которое присчитывают. Следовательно, отняв от 13-и 8 единиц второго числа, найдем неизвестное число.

Примеры: $?+6=14$ и $8+?=15$ — объясняются так же. Содержание 4-й задачи сводится к вопросу: сколько надо прибавить к 9-и, чтобы получилось 16? Задача решается отсчитыванием от 16-и 9-и.

Решение первых четырех примеров приводится, следовательно, к определению слагаемого по сумме и другому слагаемому. Пример 5-й ($?-8=9$) решается присчитыванием 9-и к 8-и, потому что искомое число должно заключать в себе все единицы того числа, которое отсчитывают, и того числа, которое осталось. Примеры 6-й ($12-?=5$) и 7-й ($16-?=12$) решаются отсчитыванием меньшего числа от большего, потому что большее число заключает в себе единицы обоих чисел — оставшегося и того неизвестного, которое отсчитывают. Отняв количество единиц, содержащееся в оставшемся числе, узнаем, сколько единиц было отсчитано от большего числа. Решение задачи 8-й (Сколько стаканов молока было в кувшине?) сводится к примеру: «От какого числа надо отнять 6, чтобы осталось 7». Ответ находится присчитыванием.

Задачу 9-ю можно было бы сформулировать так: Сколько надо отнять от 12, чтобы осталось 7? Результат находится вычитанием.

Задания 5-е и 9-е связаны с нахождением зависимости компонентов вычитания. После подробного разбора 9-ти задач учитель дает ряд подобных же устных задач или примеров для тренировки.

Примеры и задачи

1.

$8+?=19$	$3+?=14$	$?+4=16$
$6+?=17$	$5+?=18$	$?+3=13$
$4+?=18$	$4+?=17$	$?+7=18$
$9+?=19$	$6+?=19$	$?+2=15$

2.

$?+5=15$	$6+?=17$	$3+?=20$
$?+12=15$	$8+?=17$	$?+15=19$
$?+8=15$	$10+?=17$	$?+13=16$
$?+7=15$	$15+?=17$	$11+?=19$

3. Какое число надо увеличить на 3, чтобы получить 18?

4. К какому числу надо прибавить 5, чтобы получилось 14?

5. Я задумал число. Если к нему прибавить 5, то получится 13. Какое число я задумал?

Составить 3 задачи, похожие на предыдущие.

6. Какое число надо прибавить к 11, чтобы получилось 18?

7. На сколько единиц надо увеличить 9, чтобы получилось 20?

8. Я задумал число, прибавил его к 3-м и получил 20. Какое число задумано?

* Составить задачи, похожие на предыдущие.

9. В тетради исписано 8 страниц. Сколько страниц надо еще исписать, чтобы тетрадь в 20 страниц окончилась?

10. Морковью сначала засадили грядку длиной 10 *м*, потом прибавили еще несколько метров, так что всего под морковь отвели 18 *м*. Сколько метров грядки прибавили под морковь?

11. Длина класса 9 *м*, коридор на несколько метров длиннее, его длина 15 *м*. На сколько метров коридор длиннее класса?

12. Пустой ящик весил 3 *кг*, когда в него положили яблоки, его вес оказался 19 *кг*. Сколько килограммов яблок положили в ящик?

13. Девочка нашла несколько белых грибов, а подберезовиков на 7 больше, а именно 16 подберезовиков. Сколько белых грибов нашла девочка?

14. К поезду из нескольких вагонов прицепили 3 вагона, в поезде оказалось 15 вагонов. Сколько вагонов было в поезде первоначально?

15. Несколько килограммов меда положили в бочонок, весивший 3 *кг*, вес бочонка с медом был 20 *кг*. Сколько весил мед?

16. В детской столовой израсходовали за завтраком несколько литров молока, а за обедом на 5 *л* больше, а именно 16 *л*. Сколько молока было израсходовано за завтраком?

17.

? — 4 = 13	18 — ? = 6	17 — ? = 2
? — 5 = 11	15 — ? = 3	16 — ? = 2
? — 6 = 13	19 — ? = 7	? — 2 = 18
? — 15 = 5	19 — ? = 6	? — 8 = 12

18. $? - 4 = 13$ $\quad$ $18 - ? = 12$ $\quad$ $? - 16 = 4$

$? - 5 = 13$ $\quad$ $18 - ? = 10$ $\quad$ $20 - ? = 11$

$? - 7 = 13$ $\quad$ $18 - ? = 9$ $\quad$ $12 - ? = 6$

$? - 6 = 13$ $\quad$ $18 - ? = 7$ $\quad$ $? - 8 = 12$

19. От какого числа надо отнять 5, чтобы осталось 14?

20. Какое число надо уменьшить на 7, чтобы получилось 12?

21. Если отнять от задуманного числа 6, то останется 11. Какое число задумано?

22. На сколько единиц надо уменьшить 16, чтобы получилось 7?

23. Если от 20-и отнять задуманное число, то останется 9. Какое число задумано?

24. Если 19 уменьшить на задуманное число, то получится 3. Какое число задумано?

25. $? + 4 = 16$ $\quad$ $8 + ? = 11$ $\quad$ $? + 12 = 18$

$? + 7 = 11$ $\quad$ $9 + ? = 18$ $\quad$ $? + 16 = 19$

$? - 12 = 4$ $\quad$ $14 - ? = 6$ $\quad$ $? - 8 = 7$

$? - 11 = 7$ $\quad$ $15 - ? = 9$ $\quad$ $? - 5 = 11$

26. $12 + ? = 19$ $\quad$ $12 + ? = 20$ $\quad$ $? - 4 = 8$

$14 + ? = 18$ $\quad$ $14 - ? = 7$ $\quad$ $? + 6 = 13$

$16 - ? = 12$ $\quad$ $9 + ? = 16$ $\quad$ $? - 9 = 5$

$13 - ? = 11$ $\quad$ $12 - ? = 8$ $\quad$ $? + 8 = 17$

27. Я задумал число, отнял его от 15-ти и получил 9. Какое число я задумал?

* Составить задачу, похожую на предыдущую.

28. Поезд состоял из нескольких пассажирских вагонов. Когда отцепили 1 вагон, в поезде осталось 15 вагонов. Сколько вагонов было в поезде первоначально?

29. На крыше сидела стая воробьев. Когда улетели 5 воробьев, осталось 12 воробьев. Сколько воробьев сидело на крыше?

30. Для ремонта дома и сарая привезли бревна. Из них на ремонт дома пошло 8 бревен, на ремонт сарая осталось 4 бревна. Сколько бревен было привезено?

31. Хозяйка купила несколько метров полотна. Из них 9 *м* она израсходовала на простыни, осталось 5 *м*. Сколько полотна было куплено?

32. В столярной мастерской заказали для школы 20 столов. В первую неделю было сделано несколько столов, осталось сделать еще 2 стола. Сколько столов было сделано в первую неделю?

33. У мальчика было 18 гвоздей. После того как он израсходовал несколько гвоздей на изготовление тележки, осталось 7 гвоздей. Сколько гвоздей было израсходовано?

34. В столовой обедали 13 человек. Из них несколько человек кончили обед раньше и ушли, остались 4 человека. Поставить вопрос.

35. От веревки длиной 15 *м* отрезали несколько метров, тогда осталось 6 *м*. Сколько метров веревки было отрезано?

36. Мальчик дал своему товарищу 6 слив, и у него осталось еще 11 слив. Сколько слив было у мальчика сначала?

37. Девочка купила перьев на 8 копеек, и у нее осталось еще 12 копеек. Сколько денег было у девочки до покупки перьев?

38. Из бидона продали 3 *л* молока, и там еще осталось 16 *л*. Поставить вопрос.

39. Из корзинки взяли 2 яйца, и тогда там осталось 15 яиц. Сколько яиц было сначала в корзинке?

40. В коробке было 16 спичек. Несколько спичек истратили, и в коробке осталось 13 спичек. Сколько спичек истратили?

41. На ветке висело 18 орехов. Несколько орехов упало, и на ветке осталось 14 орехов. Сколько орехов упало?

42. В коробке было 20 пуговиц. Несколько пуговиц пришили к платью, тогда в коробке осталось 12 пуговиц. Сколько пуговиц пришили к платью?

43. У мальчика было 20 копеек. Он купил карандаш, и у него осталось 14 копеек. Сколько он заплатил за карандаш?

44. Из кадки взяли на поливку грядок 5 ведер воды, а там осталось еще 6 ведер. Сколько ведер воды было в кадке сначала?

* Составить задачу, похожую на предыдущую.

45. У мальчика была одна монета. Он заплатил за перья 6 копеек и получил сдачи 9 копеек. Какая монета была у мальчика?

46. Из бочонка продали 7 *кг* масла, а в нем осталось еще 8 *кг*. Сколько килограммов масла было сначала в бочонке?

47. Для школы заготовили дрова. 5 возов перевезли в школу, а 7 возов еще осталось перевезти. Сколько возов дров было заготовлено?

48. У мальчика было 8 копеек. На покупку записной книжки ему не хватило 4-х копеек. Сколько стоила записная книжка?

49. Купили 12 *м* материи. Девочке сшили из нее платье, и еще осталось 9 *м*. Сколько метров материи пошло на платье?

50. На клумбе распустилось 15 цветов. Несколько цветов сорвали, и на клумбе осталось еще 8 цветов. Что можно сосчитать?

51. Сколько метров проплыл мальчик, если ширина речки 15 *м*, а ему осталось плыть 6 *м*?

52. На грядку нужно было посадить 15 луковиц, но 6 луковиц не хватило. Сколько луковиц посадили?

53. По краю стола от одного конца до другого мальчик хотел положить 13 кубиков, но ему не хватило 7 кубиков. Поставить вопрос.

54. Придумайте задачи к следующим примерам:

а)	$7 + ? = 14$	$? - 4 = 9$	$8 + ? = 15$
	$13 - ? = 7$	$? + 7 = 15$	$19 - ? = 7$
б)	$8 + ? = 16$	$? - 6 = 8$	$? - 8 = 9$
	$18 - ? = 9$	$? + 9 = 18$	$? + 6 = 7$

В отделе чисел 2-го десятка вводятся вопросы на зависимость компонентов умножения и деления. Возьмем примеры и задачи.

1. Я задумал число. Если повторить его 3 *раза, то получится* 15. *Какое это число?*

2. Сколько раз надо повторить 2, *чтобы получилось* 16?

3. Определить число, которое при делении его на 6 *равных частей дает* 3. *Какое это число?*

4. Я задумал число, в котором 6 содержится 2 раза. Какое это число?

5. Если 20 разделить на несколько равных частей, в каждой части получится 5. На сколько частей надо делить?

6. Ящики отправили на товарную станцию, нагрузив по нескольку ящиков на каждый из 3-х грузовиков. На станцию отправлено всего 18 ящиков. Сколько ящиков отвез каждый грузовик?

7. Девочка купила несколько марок по 2 копейки за штуку и заплатила 12 копеек. Сколько марок она купила?

8. Несколько бревен погрузили на 3-е саней. На каждые сани положили по 4 бревна. Сколько всего бревен погрузили?

9. В ящике было 15 тюбиков краски, их выдали нескольким ученикам, по 3 тюбика краски каждому. Сколько учеников получили краски?

Для решения 1-го примера $?\times3=15$ (и задачи 6-й) надо узнать число, которое, будучи повторено 3 раза, дает 15 (или 18). Искомое число содержится 3 раза в 15 (или в 18), поэтому для нахождения его надо 15 (18) разделить на равные части. Видно, что решение сводится к определению множимого по множителю и произведению.

Пример 2-й ($2\times?=16$) и задача 7-я (запись условия: $2\times?=12$) решаются делением по содержанию, так как надо узнать, сколько раз повторяется меньшее число для составления большего (16 : 2; 12 коп. : 2 коп.).

Таким образом, в этих вопросах заключается нахождение множителя по остальным компонентам умножения.

В примерах 3-м ($?:6=3$), 4-м ($?:6=2$) и задаче 8-й (запись условия: $?:3=4$) по данной части и числу таких равных частей определяют целое число. Выполнив умножение, находят целое число, т. е. находят делимое по делителю и частному.

В примере 5-м ($20:?=5$) и задаче 9-й (запись условия: $15:?=3$) даны целое число и число единиц в одной из равных частей, т. е. выполнив деление, найти делитель по делимому и частному. При записи этих вопросов числами неизвестное обозначается знаком вопроса (?). Вычисления выполняются устно.

Чтобы полнее использовать каждый пример или задачу для выяснения соотношения между компонентами действий, следует после решения основного примера или задачи давать их некоторые варианты, оставляя одно из чисел без изменения.

Разберем несколько примеров. Изучая соотношения слагаемых и суммы, даем пример: ?+5=9. Решение. 9−5=4. Изменяем слагаемое: «К какому числу надо прибавить 2, чтобы получилось 9? ...прибавить 6, чтобы получилось 9? ...прибавить 8, чтобы получилось 9?» Разбор этих примеров поясняет учащимся 2 момента: 1) 9 есть сумма (получаемая сложением двух чисел), 2) неизвестное число находится вычитанием меньшего числа из большего.

Разбирая соотношение компонентов вычитания, предлагаем задачу: «Придумать число, от которого надо отнять 5, чтобы осталось 7?» После решения основного вопроса (5+7=12) учитель изменяет условие: «От какого числа надо отнять 6, чтобы осталось 7? ...отнять 8, чтобы осталось 7?» Решив все примеры, учащиеся выясняют, что: 1) 7 получается вычитанием меньшего числа из большего, 2) неизвестное число находится сложением двух данных чисел. Подобным же образом при разборе зависимости вычитаемого от остальных компонентов вычитания даем пример: «Какое число надо отнять от 12, чтобы получилось 5? ...отнять от 13, чтобы получилось 5? ...отнять от 15, чтобы получилось 5» и т. д.

Решение всех примеров разъясняет учащимся зависимость чисел: неизвестное число находят, если от большего данного числа отнимают меньшее.

Сказанное относится также к разбору примеров на зависимость компонентов умножения и деления. Задача: «Я задумал число, если повторить его 3 раза, то получится 18. Какое это число?» Решение. 18:3=6. Применение деления 18-ти на 3 объясняется тем, что неизвестное число содержится в 18-ти 3 раза, или составляет его третью часть.

Дальше учитель изменяет условие: «Если задуманное число повторить 3 раза, то получится 15. Какое число задумано?» Решение разбирается: в 15-ти неизвестное число содержится 3 раза, значит 15 надо разделить на 3 равные части. Из решения этого ряда примеров учащиеся прочнее запоминают, что неизвестное число — это третья часть данного числа (18-ти, 15-ти), поэтому данное число надо делить на 3 равные части.

После разбора нескольких примеров и задач с объяснением учитель дает такие же примеры для тренировки, останавливаясь на подробном объяснении только тогда, когда в примере будут сделаны ошибки.

Примеры и задачи

55.

$? \times 1 = 4$	$2 \times ? = 18$	$? \times 4 = 12$
$? \times 5 = 10$	$2 \times ? = 10$	$? \times 3 = 15$
$? \times 3 = 9$	$5 \times ? = 15$	$? \times 4 = 20$
$? \times 2 = 14$	$3 \times ? = 12$	$? \times 6 = 18$

56.

$? \times 2 = 18$	$4 \times ? = 20$	$3 \times ? = 15$
$? \times 8 = 16$	$2 \times ? = 20$	$6 \times ? = 18$
$? \times 3 = 12$	$4 \times ? = 20$	$2 \times ? = 14$

57. Задумано число, если повторить его 3 раза, то получится 12. Какое число задумано?

58. Какое число надо увеличить в 2 раза, чтобы получилось 18?

59. Я задумал число, увеличил его в 8 раз и получилось 16. Какое число задумано?

* Составить задачи, похожие на предыдущие.

60. Сколько раз надо повторить 7, чтобы получилось 14?

61. Во сколько раз надо увеличить 2, чтобы получилось 18?

62. Какое число надо умножить на 2, чтобы получилось 6?

63. На какое число надо умножить 3, чтобы получилось 15?

64. Уплатив поровну за 9 комплектов учебников для школьной библиотеки, израсходовали 18 рублей. Сколько стоит каждый комплект учебников?

65. Какую монету надо взять 5 раз, чтобы получить 15 копеек?

66. В течение четырех дней в столовой расходовали крупу поровну каждый день и израсходовали 20 *кг*. Сколько крупы варили ежедневно?

67. 5 ребят получили с елки поровну игрушек, а всего 20 игрушек. Сколько игрушек получил каждый ребенок?

68. Ученики посадили по 3 цветка в каждый ящик, а всего было 18 цветков. Во сколько ящиков ученики посадили цветы?

69. Пионеротряд проходил в час по 4 *км* и шел несколько часов. Всего он прошел 12 *км*. Поставить вопрос.

70. Один пионеротряд собрал в лесу всего 8 *кг* грибов, другой — в несколько раз больше, чем первый, а именно 16 *кг* грибов. Во сколько раз второй отряд собрал больше грибов?

71.	? : 2 = 7	? : 2 = 9	16 : ? = 4	14 : ? = 2
	? : 2 = 6	18 : ? = 6	16 : ? = 8	20 : ? = 5
	? : 2 = 8	16 : ? = 2	? : 4 = 3	? : 2 = 8

72.	? : 4 = 4	? : 3 = 5	15 : ? = 3	? : 4 = 5
	? : 6 = 2	18 : ? = 3	12 : ? = 3	? : 8 = 2
	? : 7 = 2	12 : ? = 6	? : 2 = 4	? : 9 = 2

73.	18 : ? = 9	18 : ? = 2	? : 2 = 10	20 : ? = 4
	14 : ? = 7	? : 2 = 8	? : 3 = 6	12 : ? = 2
	15 : ? = 5	? : 5 = 2	16 : ? = 8	18 : ? = 6

74. Какое число надо разделить на 6 равных частей, чтобы получить в каждой части по 2?

75. Какое число надо уменьшить в 6 раз, чтобы получилось 3?

76. Задуманное число разделили на части, по 5 единиц в каждой, получили 3 части. Какое число задумано?

77. Какое число надо разделить на 2, чтобы получилось 10?

78. Составить 2 задачи, похожие на предыдущие.

79. На сколько равных частей надо разделить 12, чтобы получить по 4 в каждой части?

80. Школьники выполнили задание по сбору лекарственных растений, собрав в каждый из трех дней по 5 *кг* растений. Какое задание было дано школьникам?

81. Ласточки свили 5 гнезд. В каждом гнезде птенцов было поровну. По скольку птенцов было в каждом гнезде, если всего было 20 птенцов?

82. У мамы были бобы для посадки. Она отдала их 3 детям. Каждый получил 6 бобов. Сколько бобов было у мамы?

83. Из наколотых дров третью часть, а именно 5 поленьев, заложили в печь. Сколько поленьев дров было наколото?

84. 12 яблок разделили поровну нескольким детям. Каждый ребенок получил по 3 яблока. Что можно сосчитать?

85. Пионеры собрали 20 *кг* черного металлолома и несколько килограммов цветного металла. Черного металла было в 4 раза больше, чем цветного. Сколько цветного металла собрали пионеры?

86. Грядка под огурцами занимает 12 *м*, она в несколько раз больше, чем грядка под салатом, в которой 6 *м*. Во сколько раз грядка под огурцами больше, чем грядка под салатом?

В случае, если упражнение в отвлеченной форме трудно понимается детьми, его следует дать в форме конкретной задачи. Вместо вопроса: «Сколько раз надо повторить 4, чтобы получилось 20», можно дать задачу: «Если заплатить по 4 рубля за 1 *кг* конфет, то сколько можно купить конфет на 20 рублей?»

Часто при решении задач дети заменяют действие, которым оно решается, обратным действием. Так, например, $8-?=6$ решают отсчитыванием от 8 по одному до тех пор, пока не получат 6, или присчитыванием к 6 по 1 до тех пор, пока не получат 8 (прибавляемые единицы при этом пересчитывают). Такие приемы также можно применить, так как при этом детям становится яснее взаимосвязь прямых и обратных действий: сложения с вычитанием и умножения с делением.

Все задачи в пределе 20 решаются устно. После того как учащиеся проделали ряд примеров и задач для тренировки, полезно дать им задание: придумать подобные же примеры и задачи.

Выше мы говорили, что из простой задачи, основной, можно составить производные задачи, выраженные в прямой или косвенной форме. Покажем составление производных задач на умножение и деление, выраженных в косвенной форме, из простой задачи, выраженной в прямой форме.

1) Основная задача.

Макулатуру собрали 7 учащихся, каждый по 2 кг. Сколько килограммов макулатуры собрали учащиеся?

$$2 \times 7 = 14\ (кг).$$

1-я производная задача к решению: $2 \times ? = 14$ (кг).

Несколько учащихся собрали макулатуру по 2 кг каждый. Всего они собрали 14 кг. Сколько учащихся собирали эту макулатуру?

2-я производная задача к решению: $? \times 7 = 14$ (кг).

Макулатуры собирали 7 учащихся, поровну каждый. Всего они собрали 14 кг. По скольку килограммов макулатуры собрал каждый?

2) Основная задача.

В школьном саду 6 юннатов посадили 18 вишенок, каждый поровну. Сколько вишенок посадил каждый?

$$18 : 6 = 3\ (\text{вишни}).$$

1-я производная задача к решению: $? : 6 = 3$ (вишни).

Несколько вишенок были распределены для посадки между 6 юннатами. Каждый получил 3 вишенки. Сколько вишенок привезли для посадки?

2-я производная задача к решению: $18 : ? = 3$ (вишни).

Посадку 18 вишенок поручили нескольким юннатам. Каждый посадил по 3 вишенки. Сколько было юннатов?

Составить производные задачи в косвенной форме из следующих основных задач и решить их.

87. Каждый из 5 учащихся подклеил по 3 книги. Сколько всего книг подклеили помощники библиотеки?

88. Из нашего класса в прошлом году умели плавать только 6 учащихся, а в этом году умеют плавать в 2 раза больше учащихся. Сколько учащихся умеют плавать?

89. Ко Дню птиц 4 мальчика сделали 12 скворечников. Сколько скворечников сделал каждый?

90. Для посадки огурцов дети из звена «дружных» сделали 20 торфяных горшочков. Каждый сделал 4 горшочка. Сколько человек в звене «дружных»?

§ 5. ЧИСЛА ПЕРВОЙ СОТНИ

Переходя к числам первой сотни, учитель продолжает давать вопросы и задачи, подводящие к выяснению зависимости между компонентами и результатом действий. Запись условия здесь усложняется, так как вводится буква x (икс) для обозначения неизвестного числа.

В существующей программе по арифметике для младших классов отсутствует название компонентов и результатов действий в пределах 100. Поэтому решение примеров и задач, выраженных в косвенной форме, в пределах 100 можно объяснить без названия компонентов, конкретно. Но если учитель пожелает расширить существующую программу по арифметике, то полезно познакомить учащихся с названиями компонентов и результатов действий и дать формулировку зависимости между ними.

Надо заметить, что в проекте программы с трехгодичным сроком обучения по арифметике предлагается в I классе вводить названия компонентов и результатов действий. Разберем примеры и задачи.

1. На сколько единиц надо увеличить 56, *чтобы получилось* 80?

Запись условия: $56+x=80$.

2. Какое число надо увеличить на 23 *единицы, чтобы получилось* 72?

Запись: $x+23=72$.

3. Какое число надо уменьшить на 35, *чтобы получилось* 29?

$$x-35=29.$$

4. На сколько единиц надо уменьшить 100, *чтобы получилось* 67?

$$100-x=67.$$

5. Когда в ящик с апельсинами прибавили еще 11 *кг апельсинов, в ящике стало* 40 *кг. Сколько апельсинов было в ящике?*

6. В автобусе ехали 16 *человек. Когда на остановке вошли еще несколько человек, все* 25 *мест оказались* *занятыми. Сколько пассажиров сели в автобус на остановке?*

7. Число учащихся в классе увеличилось за месяц на 5 человек. В классе в конце месяца стало 42 человека. Сколько учащихся было в классе в начале месяца?

8. Завод выпустил в день 58 сеялок, на другой день выработка увеличилась на несколько машин и было выпущено 65 сеялок. На сколько машин увеличилась выработка за день?

9. В большой кастрюле было несколько стаканов молока. В меньшей кастрюле было на 12 стаканов молока меньше, и в ней молока оказалось 24 стакана. Сколько молока было в большой кастрюле?

10. В колхозе при клубе организовали хор народных песен. В хоре участвовало 40 женщин, кроме того, были и мужчины. Женщин было на 23 человека больше, чем мужчин. Сколько мужчин участвовало в хоре?

Решение 1-го и 2-го примеров ($56+x=80$ и $x+23=72$) состоит в вычислении слагаемого по сумме и другому слагаемому. Так как в числе 80 заключаются все единицы числа 56 и неизвестного числа, то, чтобы найти неизвестное, надо от 80 отсчитать 56. Может быть, некоторые учащиеся будут к 56 присчитывать те или иные числа для получения суммы 80— этот прием нельзя считать ошибочным.

Сказанное целиком относится к примеру $x+23=72$.

Пример 3-й ($x - 35=29$) приводит к нахождению уменьшаемого. Учащиеся объясняют его решение следующим образом. Неизвестное число больше 29-ти на 35 единиц, поэтому к 29 присчитываем 35. В примере 4-м ($100 - x=67$) определяют вычитаемое по остальным компонентам вычитания. Объясняют это так: число 100 после уменьшения на несколько единиц дало 67 единиц, значит, в числе 100 заключаются и 67 единиц, и неизвестное число.

Задачи 5-я (запись условия: $x+11=40$), 6-я (запись условия: $16+x=25$) и 8-я (запись условия: $58+x=65$) решаются нахождением слагаемого по сумме и другому слагаемому, так как в каждой из этих задач должен быть поставлен вопрос: «Какое число (или к какому числу) надо прибавить к одному из данных чисел (или одно из данных чисел), чтобы получить другое данное число?»

Решение задачи 9-й можно объяснить как нахождение суммы двух слагаемых (увеличить 24 на 12 единиц) или как нахождение уменьшаемого по вычитаемому и остатку (какое число надо уменьшить на 12, чтобы получилось 24)?

Решение 10-й задачи объясняется или как уменьшение числа на несколько единиц (40 уменьшить на 23), или как нахождение вычитаемого по остальным компонентам вычитания (40 больше неизвестного числа на 23, какое это число? или $40 - x = 23$).

При решении указанных примеров и задач в пределе сотни каждый пример или задача объясняется по возможности конкретно.

В этом разделе чисел также полезно применять изменение одного из компонентов при решении примеров и задач, чтобы зависимость между членами действий усваивалась учащимися более прочно при разборе конкретных вопросов.

Разберем пример: *Какое число надо увеличить на* 23, *чтобы получилось* 72? Получив первый ответ (49), учитель изменяет одно из чисел условия: *Какое число надо увеличить на* 27, *чтобы получилось* 72? *...на* 31, *чтобы получилось* 72? *...на* 58, *чтобы получилось* 72? и т. д. При разборе примеров выясняется, что 72 содержит все единицы числа данного (27-ми, 31-го, 58-ми) и неизвестного, поэтому неизвестное число находится вычитанием из 72-х второго данного числа.

Вернемся к задаче: «...Когда в ящик с апельсинами прибавили 11 *кг* апельсинов, стало 40 *кг*. Сколько апельсинов было в ящике?» После решения задачи (40 *кг* — — 11 *кг*=29 *кг*) учитель изменяет условие: «Если в ящик прибавили 9 *кг*, стало 40 *кг*, то сколько апельсинов было в ящике?» Если прибавили 25 *кг*, стало 40 *кг*, то сколько апельсинов было в ящике?» и т. д. Разбирая решения, учащиеся видят, что неизвестное число и данные числа (11, 9, 25,...) дают в сумме 40 и что неизвестное находится вычитанием из 40 другого данного числа.

Разберем еще примеры и задачи на умножение и деление в пределе 100.

1. Я задумал число, если увеличить его в 3 *раза, то получится* 57. *Какое это число?*

2. Если увеличить 15 *в несколько раз, то получится* 75. *Во сколько раз надо увеличить* 15?

3. Миша поймал несколько окуней, а карасей в 3 раза больше. Он поймал 36 карасей. Сколько окуней поймал Миша?

4. С одного участка собрали 32 мешка картофеля, а с другого — в несколько раз больше, а именно 96 мешков. Во сколько раз больше картофеля собрали со второго участка?

5. Я задумал число. Если уменьшить его в 5 раз, то получится 12. Какое это число?

6. 98 разделили на несколько равных частей, получилось по 14 в каждой части. На сколько равных частей разделили 98?

7. Купили письменный стол и кресло. За кресло заплатили 10 рублей, оно стоило в 8 раз дешевле стола. Сколько стоил стол?

8. Я задумал число, в котором 18 содержится 4 раза. Какое это число?

9. С огорода собрано 90 мешков картофеля, а посажено было в несколько раз меньше, а именно 9 мешков. Во сколько раз уродилось больше, чем было посажено?

10. В числе 96 задуманное мною число содержится 4 раза. Какое число задумано?

11. Библиотечные книги разложены в шкафу, на каждой полке по 28 книг, всего на 3-х полках. Сколько книг в библиотечном шкафу?

12. 100 физкультурников завода вышли на парад равными группами, всего было 4 группы. Сколько человек было в каждой группе?

Для решения 1-го примера (запись условия: $x\times3=57$) и задачи 3-й (запись условия: $x\times3=36$) надо уменьшить данное число (57 и 36) в 3 раза, потому что числа эти получаются увеличением неизвестного числа в 3 раза. Неизвестное число находится делением 57 и 36 на 3 равные части. Здесь по произведению и множителю определяется множимое.

При решении примера 2-го (запись условия: $15\times x=75$) и задачи 4-й (запись условия: $33\times x=96$) находим число, показывающее, во сколько раз одно данное число больше другого (75 больше 15, 96 больше 32), т. е. применяем деление по содержанию. Здесь находится множитель по произведению и множимому.

Решение примера 5-го (запись условия: $x:5=12$) и задачи 7-й (запись условия: $x:8=10$) приводит к нахождению неизвестного числа, определенная часть которого (5-я, 8-я) дана в условии (12, 10). Для решения этих вопросов выполняем умножение 12×5 и 10×8. Здесь находим делимое по остальным компонентам деления.

Решение примера 6-го (запись условия: $98:x=14$) и задачи 9-й (запись условия: $90:x=9$) объясняется так: 98 разделили на столько равных частей, сколько раз в 98 содержится 14; разделив 98 на 14, узнаем число этих частей; ответ: 7.

На посадку картофеля (задача 9-я) пошло картофеля меньше, чем уродилось, во столько раз, сколько раз в 90 содержится по 9. Делим 90 мешков на 9 мешков; ответ: 10 раз. В этих двух примерах по делимому и частному находится делитель.

Для решения примера 8-го (запись условия: $x:18=4$) находим число, которое больше 18 в 4 раза, следовательно, выполняем умножение 18×4. Точно так же в задаче 11-й (запись условия: $x:28=3$), увеличив 28 в 3 раза, найдем неизвестное число. Эти два вопроса приводят к нахождению делимого в делении по содержанию.

В примере 10-м (запись условия: $96:x=4$) и задаче 12-й (запись условия: $100:x=4$) надо найти число, содержащееся в данном числе (96, 100) 4 раза. Выполнив деление 96 и 100 на 4 равные части, найдем неизвестное число, которое является делителем в делении по содержанию.

Решая примеры с x в пределах 100, дети выполняют все действия устно, а затем записывают пример в тетрадь, заменяя x полученным числом. Можно также записать действие, посредством которого решается пример.

1) $x+34=92$
$92-34=58$
$x=58$
Проверка: $58+34=92$

2) $x-45=27$
$45+27=72$
$x=72$
Проверка: $72-45=27$

3) $x\times3=51$
$51:3=17$
$x=17$
Проверка: $17\times3=51$

4) $98:x=14$
$98:14=7$
$x=7$
Проверка: $98:7=14$

Примеры и задачи

1.

$27 + x = 40$	$x + 48 = 80$	$90 - x = 30$
$46 + x = 70$	$x + 75 = 90$	$60 - x = 0$
$52 + x = 90$	$x + 99 = 100$	$80 - x = 64$
$63 + x = 100$	$x + 67 = 80$	$90 - x = 2$
$x - 80 = 15$	$x - 0 = 10$	$50 - x = 50$

2.

$100 - x = 54$	$x - 16 = 54$	$x - 79 = 0$
$80 - x = 37$	$x - 43 = 27$	$x - 63 = 37$
$60 - x = 2$	$x - 84 = 16$	$x - 47 = 23$
$70 - x = 18$	$x - 54 = 46$	$x - 58 = 42$
$x - 0 = 100$	$20 - x = 20$	$x - 40 = 40$

3.

$73 + x = 85$	$x + 36 = 84$	$28 + x = 44$
$46 + x = 67$	$x + 39 = 78$	$48 + x = 90$
$36 + x = 60$	$x + 14 = 92$	$x + 78 = 93$
$45 + x = 80$	$x + 35 = 81$	$x + 16 = 91$
$8 + x = 15$	$x - 15 = 40$	$x + 15 = 15$

4.

$38 + x = 56$	$x + 18 = 51$	$x + 49 = 61$
$47 + x = 61$	$x + 37 = 74$	$x + 86 = 86$
$25 + x = 51$	$x + 58 = 65$	$x + 79 = 86$
$34 + x = 82$	$x + 72 = 91$	$x + 68 = 94$
$7 + x = 23$	$x - 17 = 42$	$x + 9 = 54$

5.

$x - 12 = 56$	$55 - x = 29$	$x - 19 = 64$
$x - 17 = 38$	$62 - x = 32$	$x - 29 = 38$
$x - 28 = 32$	$83 - x = 36$	$72 - x = 56$
$x - 44 = 56$	$90 - x = 48$	$73 - x = 57$

6.

$x - 75 = 16$	$48 - x = 19$	$93 - x = 75$
$x - 89 = 7$	$52 - x = 36$	$81 - x = 68$
$x - 68 = 29$	$63 - x = 56$	$76 - x = 49$
$x - 47 = 48$	$91 - x = 52$	$83 - x = 76$

7. Задумано число, если увеличить его на 28, то получится 60. Какое число задумано?

8. Какое число надо прибавить к 37, чтобы получить 80?

9. Какое число надо сложить с 19-ю, чтобы получилось 52?

10. На сколько единиц надо увеличить 25, чтобы получилось 63?

11. Какое число надо прибавить к 47, чтобы получилось 73?

12. Если задуманное число прибавить к 53, то получится 75. Какое число задумано?

13. Придумать условие к записи задачи: $x+45=63$; $28+x=95$ и решить.

14. Задуманное число уменьшено на 18, получилось 42. Какое число задумано?

15. От какого числа надо отнять 37, чтобы получилось 54?

16. Какое число надо уменьшить на 25, чтобы получилось 48?

17. На сколько единиц надо уменьшить 90, чтобы получилось 35?

18. Какое число отняли от 82, если осталось 17?

19. Из 100 вычли задуманное число, осталось 48. Какое число задумано?

20. Восстанавливая карту продвижения партизанского отряда, школьники — «Красные следопыты» — прошли 70 *км*. Им осталось идти еще 20 *км*. Какое расстояние пройдут школьники?

21. Детскую спортивную площадку надо огородить забором длиной 80 *м*. Какой длины построен забор, если осталось построить 30 *м* забора?

22. Для осмотра музея с экскурсоводом пошла группа в 25 человек. Остались ждать своей очереди 54 человека. Сколько человек приехало в музей?

23. Дети заплатили за билеты в кино 75 копеек, у них осталось 18 копеек. Сколько денег было у детей?

24. В столовой заготовили на день 96 *кг* хлеба. К концу дня осталось 12 *кг* хлеба. Сколько килограммов хлеба было израсходовано в столовой за день?

25. При постройке дома на каждую из 4-х стен пошло по 21 бревну и еще осталось 15 бревен. Сколько бревен было заготовлено для постройки дома?

26. От ленты отрезали кусок длиной 69 *см*, остался кусок длиной 31 *см*. Какой длины была вся лента?

27. Цена на пальто снизилась на 8 руб. Сколько стоило пальто раньше, если теперь оно стоит 82 рубля?

28. На корм лошадям заготовили 90 *кг* сена. Через две недели сена осталось 7 *кг*. Сколько сена скормили лошадям?

29. Колхоз израсходовал на корм скоту 86 *т* кукурузного силоса и осталось еще 14 *т*. Сколько тонн силоса заготовлено?

30. В вагоне поезда было 78 человек. На станции из вагона вышло несколько человек, и в нем осталось 54 человека. Сколько человек вышло из вагона?

31. Колхозник накосил 100 *кг* травы. Когда трава высохла, то стала весить 34 *кг*. Сколько воды было в траве?

32. От дома до реки 100 шагов. Девочка прошла от дома только 59 шагов. Сколько шагов она не дошла до реки?

33. На покупку цветных карандашей и бумаги ученик израсходовал 85 копеек, и у него осталось еще 8 копеек. Сколько денег было вначале у ученика?

34. Из бочки продали 89 *л* керосина, в ней осталось 7 *л*. Сколько литров керосина первоначально было в бочке?

35. Дети набрали 52 *кг* грибов. Когда грибы высохли, то стали весить 7 *кг*. Сколько воды было в грибах?

36. В пионерлагере девочка поправилась на 2 *кг* и стала весить 23 *кг*. Сколько весила девочка до пионерлагеря?

37. Утром коровам принесли 90 *кг* сена. К концу дня осталось 12 *кг* сена. Сколько сена съели коровы?

38. Когда мальчик прочитал несколько страниц книги, ему осталось читать до конца книги 55 страниц, всего же в книге 90 страниц. Сколько страниц мальчик прочитал?

39. С грядки собрали в первый день 38 огурцов. За два дня всего собрали 100 огурцов. Сколько огурцов собрали во второй день?

40. От колхоза до железнодорожной станции 27 *км*. От станции до города надо проехать еще несколько километров. Сколько километров от станции до города, если от колхоза до города 63 *км*? Сделать чертеж.

41. Через мост прошли автомашины, из них 9 было легковых, остальные 23 — грузовые. Поставить вопрос к задаче на сложение.

42. Для поливки огорода сделан запас воды. Когда взяли на поливку 70 ведер воды, осталось еще 20 ведер. Сколько воды было заготовлено для поливки?

43. Внесение удобрений и правильный полив дали урожай хлопка 30 *ц* с гектара, что на 6 *ц* превысило урожай прошлых лет. Сколько центнеров хлопка собирали до внесения удобрений?

44. В колхозе было 35 коров, когда несколько коров продали, осталось 28 коров. Поставить вопрос.

45. В то время, как лыжник прошел 100 *м*, пешеход прошел на сколько-то метров меньше, именно 35 *м*. На сколько метров меньше прошел пешеход?

46. В магазин привезли 75 холодильников. Часть из них продали в первый день, осталось 18 холодильников. Поставить вопрос.

47. $6 \times x = 48$ $\quad x \times 5 = 40$ $\quad 5 \times x = 45$

$9 \times x = 27$ $\quad x \times 8 = 56$ $\quad 7 \times x = 42$

$8 \times x = 72$ $\quad x \times 9 = 36$ $\quad 9 \times x = 63$

$7 \times x = 63$ $\quad x \times 6 = 54$ $\quad 8 \times x = 40$

48. $x \times 4 = 24$ $\quad 8 \times x = 64$ $\quad 15 \times x = 90$

$x \times 6 = 42$ $\quad 9 \times x = 72$ $\quad x \times 16 = 64$

$x \times 12 = 72$ $\quad 18 \times x = 72$ $\quad x \times 32 = 96$

$x \times 14 = 56$ $\quad 36 \times x = 72$ $\quad x \times 25 = 100$

49. $36 : x = 4$ $\quad x : 9 = 5$ $\quad 72 : x = 8$

$54 : x = 6$ $\quad x : 9 = 9$ $\quad 63 : x = 7$

$63 : x = 9$ $\quad x : 8 = 4$ $\quad 81 : x = 9$

$24 : x = 3$ $\quad x : 7 = 7$ $\quad 56 : x = 8$

50. $x : 4 = 9$ $\quad 70 : x = 5$ $\quad x : 18 = 5$

$x : 9 = 8$ $\quad 75 : x = 3$ $\quad x : 24 = 4$

$x : 12 = 7$ $\quad 68 : x = 17$ $\quad 90 : x = 15$

$x : 13 = 6$ $\quad 84 : x = 28$ $\quad 100 : x = 20$

51. Задумано число. Если увеличить его в 7 раз, то получится 42. Какое число задумано?

52. На какое число надо умножить 3, чтобы получить 27?

53. Во сколько раз надо увеличить 2, чтобы получить 18?

54. Какое число надо повторить 8 раз, чтобы получить 56?

55. Какое число надо умножить на 9, чтобы получить 36?

56. Задумано число. Если уменьшить его в 6 раз, то получится 8. Какое число задумано?

57. Задумано число. Если разделить его на 9 равных частей, то получится 6. Какое число задумано?

58. В задуманном числе 9 содержится 5 раз. Какое число задумано?

59. 72 разделили на несколько равных частей и получили по 9 в каждой части. На сколько равных частей разделили число 72?

60. Число 63 уменьшили в несколько раз и получили 9. Во сколько раз уменьшили число 63?

61. В числе 42 задуманное число содержится 6 раз. Какое число задумано? Составить похожую задачу.

62. Какое число надо повторить 12 раз, чтобы получить 36? Какое число надо умножить на 15, чтобы получить 75?

63. На какое число надо умножить 14, чтобы получилось 42?

64. Во сколько раз надо увеличить 13, чтобы получилось 52?

65. Я задумал число, умножил 17 на задуманное число и получил 68. Какое число задумано? Составить похожую задачу.

66. В числе 80 задуманное число содержится 5 раз. Какое число задумано?

67. Пионерский отряд собрал несколько килограммов лекарственных растений, другой отряд собрал в два раза больше — 18 *кг*. Сколько лекарственных растений собрал первый отряд?

68. На колхозном огороде посадили за день несколько мешков картофеля, а на другой день посадили в 4 раза больше, именно 32 мешка. Сколько мешков картофеля посадили в первый день?

69. Продано 9 химических карандашей, а простых— в несколько раз больше, именно 45. Во сколько раз простых карандашей продано больше, чем химических?

70. Каждый из 7-ми самолетов сделал одинаковое число вылетов с парашютистами. Всего сделано 56 вылетов. Поставить вопрос.

71. Пионеры собрали несколько килограммов подберезовиков, а белых грибов — в 4 раза меньше, 8 *кг*. Сколько подберезовиков собрали пионеры?

72. В цехе несколько мужчин, а женщин в 3 раза меньше, именно 15. Сколько мужчин в цехе?

73. Бригада скосила траву на 29-ти *га*, что составляет третью часть площади всех лугов колхоза. Сколько гектаров луга имеет колхоз?

74. Засеяно несколько гектаров свеклой, по 16 *кг* семян на каждый гектар. Всего высеяно 80 *кг* семян свеклы. Сколько гектаров засеяно этими семенами?

75. Для подарков в День праздника цветов сделали несколько букетов, по 7 гвоздик в каждом. Сколько сделано букетов из 84 гвоздик?

76. На лодочной переправе перевозчик за одну поездку перевозит 11 человек. Он сделал несколько поездок и перевез 55 человек. Сколько поездок сделал перевозчик?

77. Колхозник продал 84 *кг* картофеля, причем картофеля он продал в 4 раза больше, чем моркови. Сколько продано моркови?

78. Туристы прошли 15 *км*. И это расстояние в 3 раза меньше того, которое они проплыли на лодках. Поставить вопрос.

79. Путь от станции до колхоза равен 12 *км*, причем он в 4 раза меньше, чем путь от колхоза до города. Какое расстояние от колхоза до города?

80. При изготовлении раствора для кладки кирпича взяли 48 *кг* песку, что в 2 раза больше взятой глины. Сколько глины взяли для кладки кирпича?

81. В школьном саду 96 яблонь. Это в 4 раза больше, чем груш. Сколько груш в саду?

82. Уплатив за покупку одинаковыми 5-ю монетами, ученик отдал в кассу 1 рубль. Какими монетами расплачивался ученик?

* Составить задачу, похожую на предыдущую.

83. 96 карандашей разложены поровну в несколько коробок. В каждой коробке оказалось 12 карандашей. Во сколько коробок разложили карандаши?

84. Группа лыжников сделала переход в несколько километров за 2 дня. Какое расстояние они прошли, если проходили по 50 *км* в день?

85. Птицеферма отправила на продажу цыплят. Если рассадить их по 16 в каждую клетку, то понадобится 6 клеток. Сколько цыплят отправлено на продажу?

86. Экскурсанты прошли 60 *км* в несколько дней. Они проходили по 15 *км* в день. Поставить вопрос.

87. В саду собрали 100 *кг* слив. Слив было собрано в несколько раз больше, чем груш, которых набрали 25 *кг*. Во сколько раз слив набрали больше, чем груш?

88. Для детского сада купили на 90 копеек картинок по одинаковой цене. Было куплено 15 картинок. Сколько стоила каждая картинка?

89. 90 пионеров вышли на демонстрацию рядами по одинаковому числу ребят в каждом ряду, они шли 9-ю равными рядами. Поставить вопрос.

* Придумать задачи к записи решения $x:6=14$ и $90:x=15$.

90. Найти значение неизвестного в примерах и задачах на деление с о с т а т к о м.

$x:9=6$ (ост. 1)	$65:x=7$ (ост. 2)
$x:11=5$ (ост. 8)	$78:x=9$ (ост. 6)
$x:13=7$ (ост. 4)	$80:x=11$ (ост. 3)

91. Я задумал число, разделил его на 8, получил 9 и в остатке 2. Какое число я задумал?

92. На какое число надо разделить 50, чтобы получить 6 и в остатке 2?

93. На сколько детей дедушка разделил 38 орехов, если каждый получил по 7 орехов и осталось 3 ореха?

94. На сколько человек разделили 46 цветных карандашей, если каждый получил по 6 карандашей и остались 4 карандаша?

* Придумай похожую задачу.

95. Учительница раздала несколько тетрадей 9 ученикам. Каждый получил по 6 тетрадей и осталось еще 1 тетрадь. Сколько тетрадей было у учительницы?

96. Для детского праздника купили 83 мандарина, их стали раскладывать в несколько пакетов, по 3 мандарина в каждый, осталось 2 мандарина. Во сколько пакетов положены мандарины?

97. У портнихи было несколько пуговиц. Она сшила 19 рубашек и к каждой рубашке пришивала по 4 пуговицы. У нее осталось 3 пуговицы. Сколько пуговиц было у портнихи?

§ 6. ЧИСЛА ПЕРВОЙ ТЫСЯЧИ

Изучая зависимость между компонентами и результатами действий на числах в пределах 1000, учащиеся знакомятся с названиями компонентов и результатов действий и с формулировкой зависимости компонентов действий. К тем формам вопросов и задач, которые употребляются над числами до 100, прибавляются вопросы в новой форме и даются для решения составные примеры и задачи. Разберем примеры и задачи.

1. Какое число надо прибавить к 329, *чтобы получичилось* 800?

Ученики устно решают пример. После этого предлагается записать условие (применение x уже известно). Получается запись: $329+x=800$. Затем учитель предлагает назвать эти числа. Ученики называют: «329 — первое слагаемое, x — второе слагаемое, 800 — сумма».

Учитель спрашивает:

— Какое число мы нашли?

— Неизвестное число x.

— Как мы находим x?

Ученики рассказывают. Потом учитель спрашивает еще раз.

— Как назвали мы x?

— Это есть второе слагаемое.

— Что же мы сделали, чтобы найти x, или второе слагаемое?

Ученики рассказывают решение и записывают ответ: $x=471$.

После решения ряда примеров переходят к другим формам вопросов. Например: сумма равна 400, слагаемое 179. Найти другое слагаемое.

Решение можно объяснить так: в сумме 400 заключаются все единицы обоих слагаемых; значит, отняв 179 от 400, найдем, чему равно второе слагаемое. Пример: $179+x=400$; ответ: $x=221$.

2. Какое число надо уменьшить на 458, *чтобы получилось* 212?

Пример решается устно, потом условие записывается. Так как неизвестное число заключает в себе и 458 и 212 единиц, то оно находится сложением 458 и 212. Ученики пишут: $x-458=212$ и ответ: $x=670$.

Учитель ставит вопросы: «Как называется число x? 458? 212? Что мы делаем, чтобы найти уменьшаемое? Как называли мы числа 458 и 212? Так, что мы делаем, чтобы найти уменьшаемое?» Подобным образом разбираются 2—3 примера, после чего можно давать задания в другой формулировке: Вычитаемое 500, остаток 378. Найти уменьшаемое.

Решение объясняется так: в неизвестном числе содержится и 500 и 378 единиц, значит, оно равно сумме $(500+378)$. После этого даются 2—3 примера для закрепления.

3. Какое число надо вычесть из 1000, *чтобы получилось* 375?

Находя ответ устно, ученики записывают условие: $1000-x=375$ — и ответ: $x=625$.

Решение объясняется так: 1000 заключает в себе все единицы числа 375 и неизвестного числа. Значит, отняв 375 от 1000, найдем x. Задается ряд вопросов: «Как называется при вычитании число 1000? x? 375? Каким действием нашли мы x, или вычитаемое? От какого числа какое отняли? Итак, как нашли вычитаемое?»

Разобрав таким же способом 2—3 примера, можно дать примеры в другой формулировке: по уменьшаемому 500, остатку 200 найдите вычитаемое. Решение объясняется так: в числе 500 должны заключаться все единицы числа, которое вычитаем, и число, которое остается. Отняв 200 от 500, найдем вычитаемое. Затем следуют примеры в новой формулировке.

4. Какое число надо увеличить в 4 *раза, чтобы получилось* 420?

Решение объясняют так: неизвестное число меньше 420 в 4 раза, следовательно, 420 надо разделить на 4, получится неизвестное число. После устного решения учитель предлагает записать условие с x. Получается: $x\times\times 4=420$. Задаются вопросы: «Как называется число, которое множат? Число на которое множат? Число, получаемое от умножения? Как находим x? Какое число на какое делим? Как эти числа называются? Итак, как мы нашли множимое?» Разобрав еще 2—3 примера так же подробно, можно в дальнейшем ввести новую формулировку, дав, например, задачу:

* *Найти множимое, если множитель* 3, *а произведение* 600, *а также и еще несколько задач в такой же форме — для тренировки.*

5. *Во сколько раз надо увеличить* 48, *чтобы, получилось* 240, *или на какое число надо помножить* 48, *чтобы получилось* 240?

Решение состоит в делении 240 на 48 (Сколько раз в 240 содержится 48?). После устного решения ученики записывают пример: $48 \times x = 240$, затем следует подробный разбор: «Как называют число 48? x? 240? Каким действием нашли неизвестное число? Как называются числа, участвующие в делении?» Делается вывод, как найти множитель, если известно множимое и произведение? Сделав разбор 2—3 примеров, можно перейти к новой формулировке вопросов, используя названия компонентов: множимое 200, произведение 800. Найти множитель.

6. *Какое число надо уменьшить в* 2 *раза, чтобы получилось* 64?

Решение. Искомое число больше 64 в 2 раза, следовательно, оно находится умножением 64-х на 2. Записав условие с x, ученики с помощью учителя отвечают на вопросы: «Как называются числа в примере $x : 2 = 64$? Каким действием находят x? Как называются перемножаемые числа? Сформулируйте, как найти делимое, если даны делитель и частное?»

После подробного разбора 2—3 примеров, учитель вводит новую формулировку вопросов на нахождение делимого, т. е. называя компоненты действий: найти делимое, если делитель 2, частное 250? В этой формулировке предлагаются несколько примеров для тренировки: $x : 3 = 140$, $x : 4 = 160$, $x : 20 = 30$.

7. *От какого числа* 25 *составляет* 7-*ю часть или какое число надо разделить на* 7 *равных частей, чтобы получилось по* 25 *в каждой части?* После устного решения, записи условия: $x : 7 = 25$ — и подробного разбора учитель переходит к новой форме вопросов: «Найти делимое, если делитель 8, частное 40. В неизвестном числе 40 со-

держится 8 раз, поэтому ответ находят путем умножения 40 на 8, или делимое находят умножением частного на делитель». В аналогичной формулировке даются примеры для тренировки: $x : 15 = 12$, $x : 20 = 50$ и т. д.

8. *На сколько равных частей надо разделить* 960, *чтобы получилось* 24?

Решение. Число частей показывает, сколько раз 24 содержится в 960, поэтому находится путем деления ($960 : 24$). После устного решения, записи условия ($960 : x = 24$) и подробного разбора переходят к вопросам в новой форме: делимое 600, частное 75, найти делитель. Запись условия: $600 : x = 75$. Здесь решение объясняется или делением по содержанию: число частей показывает, сколько раз 75 содержится в 600, или делением на части: 600 разделить на части, число которых 75. В каждой части меньше 600 в 75 раз. $x = 8$.

9. *Во сколько раз надо уменьшить* 180, *чтобы получилось* 45?

Запись: $180 : x = 45$. Решение. Неизвестное число показывает, во сколько раз 45 меньше 180, и находится делением 180 на 45. Разобрав пример подобно предыдущим, рассказывают, как нашли делитель, зная делимое и частное. После такой предварительной подготовки следующие примеры можно задавать в новой форме: «Найти делитель, если делимое 200, частное 25, или $200 : x = 25$, $320 : x = 80$, $320 : x = 40$, $390 : x = 130$».

10. *Какое число содержится* 6 *раз в* 270? *или* $270 : x = 6$. После разбора переходят к другой форме: «Делимое 270, частное 6, найти делитель». Решение сводится к делению 270 на 6, так как искомое число меньше 270 в 6 раз.

11. *Какой длины канал Москва — Волга, если Суэцкий канал длиннее его на* 36 *км. Панамский же короче Суэцкого на* 82 *км и имеет длину* 82 *км.*

Первое решение. 1) Узнаем длину Суэцкого канала, для этого по вычитаемому 82 и разности 82 найдем уменьшаемое: $82 + 82 = 164$; 164 *км*. 2) Узнаем длину канала Москва — Волга, для этого по сумме 164 и слагаемому 36 найдем другое слагаемое: $164 - 36 = 128$. Ответ: 128 *км*.

Второе решение. 1) Узнаем, на сколько канал Москва — Волга длиннее Панамского: $82 - 36 = 46$. 2) Узнаем длину канала Москва — Волга, для этого по вычитаемому 46 и разности 82 найдем уменьшаемое: $46+82=128$. Ответ: 128 *км*.

Третье решение. Обозначить неизвестное через x и записать решение формулой: $(x+36)-82=82$.

12. Магазин утром начал торговлю, имея 546 м ткани. К концу дня была продана большая часть ткани, но потом магазин получил вновь 450 м, тогда в магазине оказалось 550 м. Сколько метров ткани было продано за день?

Первое решение. 1) 550 *м* − 450 *м* = 100 *м* ткани осталось в магазине в момент получения нового товара; здесь по сумме 550 и слагаемому 450 находим другое слагаемое. 2) 546 *м* − 100 *м* = 446 *м* было продано за день; здесь по уменьшаемому и остатку находим вычитаемое.

Второе решение. 1) К концу дня было больше ткани, чем в начале торговли на 550 *м* − 546 *м* = 4 *м*. 2) Было продано 450 *м* − 4 *м* = 446 *м*; здесь по уменьшаемому 450 *м* и остатку 4 *м* находим вычитаемое.

Третье решение. 1) Если бы магазин не продал части товара, то имел бы 546 *м* + 450 *м* = 996 *м*. 2) Было продано 996 *м* − 550 *м* = 446 *м*; здесь по уменьшаемому 996 и остатку 550 узнаем вычитаемое.

Четвертое решение. Обозначить неизвестное через x. Записать пример при помощи скобок и найти x: $(546-x)+450=550$.

13. Совхоз собрал с каждого гектара земли по 25 т картофеля. Из собранного картофеля 200 т было продано, а 50 т картофеля осталось для нужд совхоза. Сколько гектаров земли было под картофелем?

Решение. 1) Совхоз собрал 200 *т* + 50 *т* = 250 *т* картофеля (по вычитаемому 200 *т* и остатку 50 *т* находим уменьшаемое). 2) Под картофелем была площадь в 250 *т* : 25 *т* = 10 (*га*) земли (здесь по произведению и множимому находим множитель). Ответ: 10 *га*.

14. Кассир парохода продал на 988 руб. билетов II класса. Билетов I класса было продано на 11 меньше, а именно 41 билет. Сколько стоит билет II класса?

Решение. 1) Число проданных билетов II класса: $41+11=52$ (по вычитаемому и разности нашли уменьшаемое). 2) Стоимость билета II класса: 988 руб. : 52 = 19 руб. (по делимому и частному нашли делитель). Ответ: 19 руб. Запись решения формулой: $x\cdot(41+11)=988$.

15. В полдень термометр на улице показывал 22° *тепла. Температура стала снижаться равномерно на* 2° *в час. Через сколько часов термометр показал* 14°?

Решение. 1) На сколько градусов снизилась температура? $22°-14°=8°$ (по уменьшаемому и остатку нашли вычитаемое); 2) $8°:2°=4$ (часа); температура снизилась до 14° через 4 часа (по произведению и множимому нашли множитель). Ответ: через 4 часа.

16. Служащий ежемесячно после взноса в сберкассу имеет на руках 100 *руб. В течение* 7 *месяцев он внес в сберкассу* 84 *руб. Какова месячная зарплата служащего?*

Решение. 1) Ежемесячный взнос служащего в сберкассу 84 руб. : 7 = 12 руб.; по произведению и множителю нашли множимое.

2) Месячная зарплата служащего 100 руб. + 12 руб. = = 112 руб.; по вычитаемому и остатку нашли уменьшаемое. Ответ: 112 руб.

17. Совхоз назначил на уборку сена 300 *женщин и некоторое число мужчин. Все рабочие разделились на* 40 *бригад, по* 16 *человек в каждой бригаде. Сколько мужчин назначено на сеноуборку?*

Решение. 1) Число всех рабочих, назначенных на сеноуборку: $16\times40=640$; 640 человек. По делителю и частному нашли делимое. 2) Число рабочих мужчин на сеноуборке: $640-300=340$ (мужчин); по сумме и слагаемому нашли другое слагаемое. Ответ: 340 мужчин.

Условие задачи или примера следует давать в нескольких вариантах, чтобы более четко выяснилась зависимость между компонентами. Так, после ответа на вопрос, какое число содержится 6 раз в 270, учитель спрашивает: Какое число содержится 9 раз в 270? 3 раза? 5 раз? 10 раз? Решение подобных примеров дает возможность более отчетливо пояснить учащимся, что в 270 неизвестные числа содержатся 6, 9, 3, 5, 10 раз, поэтому находятся делением 270 соответственно на 6, 9, 3, 5, 10.

Примеры и задачи

1.

$123+x=648$	$x+233=796$	$733+x=878$
$421+x=877$	$x+734=968$	$x+642=897$
$172+x=321$	$x+179=358$	$579+x=833$
$284+x=542$	$x+388=724$	$x+678=942$

2. $x - 123 = 576$ $\quad 672 - x = 124$ $\quad x - 298 = 198$

$x - 312 = 687$ $\quad 743 - x = 276$ $\quad 634 - x = 267$

$x - 598 = 354$ $\quad 478 - x = 289$ $\quad x - 135 = 487$

$x - 687 = 276$ $\quad 432 - x = 134$ $\quad 815 - x = 197$

3. К какому числу надо прибавить 298, чтобы получилось 825?

4. На какое число надо увеличить 335, чтобы получить 502?

5. Какое число надо прибавить к 399, чтобы получить 551?

6. Задумано число, к нему прибавлено 137 и получено 805. Какое число задумано?

7. Какое число надо увеличить на 256, чтобы получилось 701?

8. Если от задуманного числа отнять 399, то получится 418. Найти задуманное число.

9. От какого числа надо отнять 386, чтобы осталось 409?

10. Какое число надо отнять от 607, чтобы получить 479?

11. Какое число надо уменьшить на 298, чтобы получить 447?

12. Если к 289 прибавить задуманное число, то получится 433. Какое число задумано?

13. Если от 722 отнять задуманное число, то останется 329. Какое число задумано?

14. К какому числу надо прибавить 298, чтобы получить 825?

15. На какое число надо увеличить 335, чтобы получить 802?

16. На какое число надо уменьшить 573, чтобы получить 297?

17. Если от задуманного числа отнять 489, то получится 511. Найти задуманное число.

18. От какого числа надо отнять 386, чтобы осталось 409?

19. Как надо изменить число 593, чтобы получить 811?

20. Как надо изменить число 613, чтобы получить 289?

21. Сумма двух слагаемых 596, одно из них 377. Найти другое.

22. Сумма трех слагаемых 806, сумма первых двух 689. Найти третье слагаемое.

23. Разность двух чисел 356, меньшее число 297. Найти большее число.

24. На сколько единиц надо уменьшить 633, чтобы получилось 399?

25. Разность двух чисел 366, большее число 811. Найти меньшее число.

26. Найти уменьшаемое, если вычитаемое 246, разность 167.

27. Найти вычитаемое, если уменьшаемое равно 702, разность 637.

28. Составить три задачи на нахождение неизвестных: 1) слагаемого, 2) уменьшаемого, 3) вычитаемого.

29. Если неизвестное число увеличить на сумму чисел 134 и 65, то получится 870. Найти неизвестное число.

30. Если неизвестное число уменьшить на 158, то получится число, равное сумме чисел 239 и 163. Найти неизвестное число.

31. а) Задумай число, к нему прибавь 15, от полученной суммы отними 9, от остатка отними задуманное число. В результате получится 6. Проверь.

б) Задумай число, к нему прибавь 29, от полученной суммы отними 17, от остатка отними задуманное число. В результате получится 12. Проверь.

в) Задумай число. К нему прибавь 47, от полученной суммы отними 39, от остатка отними задуманное число. В результате получится 8. Проверь.

г) Задумай число, большее 20, прибавь 18, от суммы отними 13, к полученной разности прибавь 5. В результате получишь число на 10 единиц больше задуманного числа. Проверь.

32. Число парашютистов на заводе увеличилось за год на 37 человек, их оказалось 120. Сколько парашютистов было год тому назад?

33. Рабочий рассчитал, что если он купит велосипед за 45 руб. и костюм, то израсходует 81 руб. Сколько стоит костюм?

34. Со склада до обеда было отправлено 180 станков; после обеда отправлено еще некоторое количество станков, а всего за день отправлено 250 станков. Сколько станков отправлено после обеда?

35. Увеличив сменную норму выработки на 48 изделий, рабочий стал вырабатывать по 373 изделия за смену. Чему равна сменная норма выработки? Какое слагаемое нужно обозначить буквой x?

36. Бригада должна выработать за неделю 750 изделий. После первого дня работы ей осталось выработать 595 изделий. Поставить вопрос.

37. Снизив себестоимость изделий на 35 руб., рабочий довел себестоимость их до 168 руб. Чему равнялась себестоимость изделия раньше? Записать задачу формулой, обозначив искомое число буквой x.

38. Ученик прочитал книгу, в которой было 203 страницы, и сколько-то страниц второй книги. Всего он прочитал 451 страницу. Сколько страниц второй книги прочитал ученик?

39. В доме жили 723 человека. Когда дом надстроили, то вселили еще несколько семей, и жильцов в доме стало 911 человек. Сколько человек вселили в дом? Составить формулу решения задачи, обозначив искомое число буквой x.

40. У рабочего было 210 руб. После покупки стиральной машины у него осталось 114 руб. Сколько стоила стиральная машина?

41. У киоскера было 437 журналов. К концу дня осталось 48 журналов. Сколько журналов продано?

42. Длина одного моста 145 *м*, он на 45 *м* короче другого моста. Какова длина другого моста?

43. Месячный заработок рабочего составил 92 руб., а вместе с премиальными рабочий получил за месяц 123 руб. Сколько рублей составляла премия? Составить формулу решения задачи и решить ее.

44. От начала года прошло 284 дня. Сколько дней не достает до Нового года?

45. В колхозе из 918 *ц* овса к концу зимы осталось 325 *ц*. Сколько овса израсходовали на зиму?

46. В фабричном поселке 294 каменных дома, причем их на несколько домов больше, чем деревянных, которых насчитывают 218. На сколько в поселке больше каменных домов, чем деревянных?

47. В бане за день продали 580 талонов, часть талонов была продана до полудня и 382 талона — во вторую половину дня. Сколько талонов было продано до полудня?

48. Одна бригада рабочих выкопала канаву длиной 900 *м*, другая бригада выкопала канаву на некоторое число метров короче, именно 780 *м*. На сколько метров короче выкопала канаву вторая бригада?

49. В ремонтно-тракторной мастерской надо отремонтировать имеющиеся машины. Когда в первую неделю отремонтировали 98 машин, осталось отремонтировать 302 машины. Сколько машин в мастерской?

50. Отцу 54 года, он старше матери на 7 лет. Сколько лет сыну, если всем троим вместе 125 лет? Составить формулу решения задачи.

51. Домоуправление закупило гвоздей, проводов и электрических лампочек на 690 руб., и от отпущенной суммы осталось 195 руб. Сколько было отпущено на покупку материалов?

52. Область должна по плану собрать определенное количество сухих плодов шиповника. Школьники села собрали 280 *т*, остальные 140 *т* должны собрать школьники города. Поставить вопрос.

53. Составить задачу к формуле: $x+240=600$ — и решить.

54. Составить задачи к формулам: $x-350=500$ и $479-x=370$ — и решить их.

55.

$x \times 2 = 468$	$3 \times x = 636$	$x \times 6 = 726$
$x \times 9 = 729$	$7 \times x = 637$	$7 \times x = 812$
$x \times 6 = 324$	$5 \times x = 745$	$8 \times x = 984$
$x \times 8 = 936$	$3 \times x = 531$	$9 \times x = 846$

56.

$x : 3 = 218$	$230 : x = 5$	$x : 2 = 376$
$x : 4 = 212$	$970 : x = 2$	$744 : x = 6$
$x : 2 = 279$	$784 : x = 7$	$x : 6 = 156$
$x : 5 = 189$	$928 : x = 4$	$882 : x = 7$

57.

$x : 13 = 67$ (ост. 9)	$x : 207 = 4$ (ост. 72)
$x : 87 = 9$ (ост. 17)	$x : 119 = 8$ (ост. 48)
$627 : x = 6$ (ост. 3)	$1000 : x = 9$ (ост. 1)
$720 : x = 7$ (ост. 6)	$900 : x = 9$ (ост. 27

$x : 73 = 12$ (ост. 3) $800 : x = 8$ (ост. 56)

$x : 109 = 9$ (ост. 56) $700 : x = 7$ (ост. 42)

58. На какое число надо умножить 28, чтобы получилось 336?

59. Во сколько раз надо увеличить 25, чтобы получить 425?

60. Какое число надо умножить на 7, чтобы получить 602?

61. Какое число надо увеличить в 4 раза, чтобы получить 824?

62. Произведение двух чисел 672, одно из них 42. Найти другое.

63. Найти множимое, если множитель 14, а произведение 210.

64. Найти множитель, если произведение 1000, а множимое 50.

65. Составить задачу на нахождение множимого.

66. Если неизвестное число разделить на 9, получится 23. Найти неизвестное число.

67. Какое число при делении на 5 дает в частном 199?

68. В каком числе 209 содержится 4 раза?

69. От какого числа 125 составляет 6-ю часть?

70. Какое число надо уменьшить в 3 раза, чтобы получить 312?

71. Во сколько раз надо увеличить 37, чтобы получить 444?

72. Задумано число, его увеличили в 6 раз и получили 912. Какое число задумано?

* Составить похожую задачу.

73. Задумано число, его увеличили в 7 раз, прибавили 14 и получили 742. Какое число задумано?

74. Задумано число, его увеличили в 5 раз, отняли 35, осталось 605. Какое число задумано?

75. Найти делимое, если делитель равен 11, а частное 43?

76. Во сколько раз надо уменьшить 475, чтобы получилось 25?

77. Какое число содержится 35 раз в 420?

78. На сколько равных частей надо разделить 372, чтобы получить 12?

79. Которую часть составляет 36 от 288?

80. Найти делитель, если делимое 275, а частное 25?

81. Составить задачу на нахождение делимого.

82. Составить задачу на нахождение делителя.

83. Если неизвестное число увеличить в 5 раз, потом прибавить 405, то получится 905. Найти неизвестное число.

84. Если неизвестное число уменьшить в 4 раза, потом прибавить 72, то получится 260. Найти неизвестное число.

85. Если неизвестное число умножить на 8, от полученного произведения отнять 56, получится 736. Чему равно неизвестное число?

86. Составить задачу, похожую на предыдущую.

87. Задумали число, взяли его третью часть, прибавили к ней 75 и получили 220. Какое это число?

88. Задумали число, отняли от него 200, разделили остаток на 8 и получили в частном 79. Какое это число?

89. Задумано число. Если увеличить его в 13 раз, а произведение увеличить на 350, то получится 1000. Какое число задумано?

90. Задумано число. Если уменьшить его на 45 единиц, а результат уменьшить в 105 раз, то получится 9. Какое это число?

91. Задумано число, уменьшили его в 3 раза, уменьшили частное на 115 и получили ответ 218. Какое это число?

92. Задумано число. Взяли его четвертую часть, увеличили ее на 108 единиц и получили ответ 300. Какое это число?

93. Задумай однозначное число, увеличь его в 4 раза, к полученному произведению прибавь 45, от суммы отними учетверенное задуманное число, остаток раздели на 5. Получится 9. Проверь.

94. Задумай однозначное число, увеличь его в 3 раза, к полученному произведению прибавь 28, от суммы отними утроенное задуманное число, остаток раздели на 7. Получится 4. Проверь.

95. На канале каждая насосная станция перекачивает в секунду 100 *куб. м* воды, все насосные станции перекачивают в секунду 500 *куб. м* воды. Сколько насосных станций на канале?

96. Сняв с каждой яблони в среднем по 64 яблока, собрали 960 яблок. Со скольких яблонь собрали яблоки?

97. Крупу расходовали в столовой по 12 *кг* в день. Запаса ее хватило на 45 дней. Поставить вопрос.

98. На постройку дома достали некоторое количество извести, ее привезли на 50 грузовиках, по 5 *т* на каждом. Сколько извести привезли на стройку?

99. Составить задачу к формуле: $x:40=14$ — и решить.

100. Машинистка перепечатала рукопись за 32 часа, печатая по 7 страниц в час. Поставить вопрос.

101. В совхозе 780 голов крупного рогатого скота, из них 65 голов — племенного скота. Которую часть скота составляет племенной скот?

102. Новыми хлопкоуборочными машинами собрали 600 *т* «белого золота» — в 2 раза больше, чем намечали по плану. Каков был план сбора хлопка машинами?

103. Комбайнер убирал в среднем за день по 28 *га* хлебов. Он работал несколько дней и убрал 196 *га*. Сколько дней работал комбайнер на уборке хлебов?

104. На больших рыболовных траулерах на каждого члена команды приходится в среднем 1000 *ц* улова рыбы в год, что в 20 раз больше улова рыбака с парусной шаланды. Поставить вопрос.

105. Составить задачу к формуле: $x\times 25=800$.

106. В рыбном хозяйстве улов форели с 1 *га* площади водоема был равен 40 *кг*, что в 4 раза больше улова зеркального карпа с такой же площади. Каков улов зеркального карпа с площади водоема в 2 *га*?

С какой площади водоема получен улов 50 *кг* зеркального карпа?

107. Строители закончили сборку нескольких квартир по 40 *кв. м* каждая. Площадь всех собранных квартир равна 1000 *кв. м*. Сколько квартир собрано?

108. Каждый из трех трактористов за день боронует в среднем по 38 *га*. 3 тракториста за несколько дней работы заборонoвали 456 *га*. Поставить вопрос. Составить формулу решения задачи.

109. Весь путь туриста был равен 336 *км*. Часть пути он прошел пешком, остальной путь проехал по каналу имени Москвы туда и обратно. Длина канала 128 *км*. Сколько километров турист прошел пешком?

110. В баке было 282 *л* керосина. Когда из бака отлили несколько раз по 6 *л*, то в нем осталось 192 *л*. Сколько раз был отлит керосин?

111. В магазине была тонна картофеля. Когда продали несколько пакетов расфасованного по 3 *кг* картофеля, в магазине осталось 520 *кг* картофеля. Сколько пакетов картофеля продано?

112. За день выставку картин посетило несколько экскурсий, по 20 человек в каждой, и 312 отдельных посетителей. Всего посетили выставку 772 человека. Сколько экскурсий прошло за день?

113. На заправку автомобилей отпущено 730 *л* бензина. Часть бензина отпущена машинам «Москвич», остальное — 8 машинам «Волга». Бак автомашины «Москвич» вмещает 30 *л* бензина, «Волги» — 60 *л*. Сколько было машин «Москвич»?

Решение следующих задач записать в виде числового примера с x и решить.

114. Какое число задумано, если при делении его на 108 получилось в частном 9 и в остатке 27?

* На какое число разделили 530, если получили в частном 75 и в остатке 5?

115. Сколько килограммов сена имелось в сарае, если его хватило для 48 коров и осталось 7 *кг*? Каждая корова съедала за день 12 *кг* сена.

116. Вырытую морковь связали в кучки по 15 штук. Получилось 23 пучка и 11 морковок осталось. Сколько моркови вырыто?

117. Какой запас крупы имела столовая, если при ежедневном расходе по 6 *кг* крупы ее хватило на 30 дней и осталось 4 *кг* крупы?

118. Какова норма высева семян яровой пшеницы на 1 *га*, если тонной семян можно засеять 5 *га* и еще останется 100 *кг*?

119. Из 4 кусков полотна, по 65 *м* в каждом, сшили несколько мужских рубашек. На каждую рубашку шло 3 *м*. От всего полотна осталось 2 *м*. Сколько рубашек сшили?

120. При расфасовке 812 *кг* муки в пакеты получили 270 пакетов и 2 *кг* осталось. Сколько килограммов муки в каждом пакете?

При решении простых задач, выраженных в косвенной форме, учащиеся решали задачи с конкретным содержанием и без него, а также и примеры на зависимость между компонентами и результатами действий в пределах 10, 20, 100 и 1000.

Согласно программе 1960 г. зависимость между компонентами и результатами арифметических действий изучается в IV классе. При этом предлагается учащимся знать теорию, а также решать примеры и задачи на зависимость между компонентами и результатами действий.

Для выяснения зависимости между слагаемыми и суммой решается пример $4+16=20$. Так как название чисел: слагаемое, сумма — известны учащимся, то вопросы можно формулировать так:

«Найти сумму 4 *и* 16. *Как получить слагаемое* 4 *из суммы* 20 *и слагаемого* 16? *Значит, чему равно слагаемое в этом примере?»* (слагаемое 4 равно сумме 20 без другого слагаемого 16). А как получить слагаемое 16 из суммы 20 и слагаемого 4?

Затем учитель предлагает еще одну задачу на сложение. Дети выясняют, что простой задаче на сложение двух слагаемых соответствуют две производные задачи на вычитание, в которых по сумме и одному слагаемому находится другое слагаемое.

Для выяснения зависимости между компонентами действий следует сделать сопоставление задач: основной и двух производных, полученных из основной. Например:

При постройке дома заплачено 2300 *руб. за материал и* 1400 *руб. за работу. Во что обошлась постройка дома?*

Решив задачу сложением: $2300+1400=3700$ (руб.), учащиеся составляют другие задачи: а) *Дом стоил* 3700 *руб., причем за материал уплачено* 2300 *руб. Остальные деньги уплачены за работу. Сколько стоила работа?* и б) *Дом стоил* 3700 *руб., причем за работу уплачено* 1400 *руб., остальные деньги уплачены за материал. Сколько стоил материал?*

Сопоставляя решения трех задач: $2300+1400=3700$ (руб.), $3700-2300=1400$ (руб.) и $3700-1400=2300$ (руб.), учащиеся видят, что в 1-й задаче находится сумма двух данных чисел, а во 2-й и 3-й задачах —

по сумме и слагаемому находят другое слагаемое. Под руководством учителя учащиеся делают вывод: *Если дана сумма 2-х слагаемых и одно из них, то неизвестное слагаемое равно сумме без другого слагаемого.*

Для такого же разбора учитель дает еще задачу на сложение двух слагаемых. Например: *В цехе 200 рабочих мужчин и 175 женщин. Сколько всего рабочих в цехе?* Решив задачу сложением, учащиеся получают (или сами составляют) 2 задачи, решаемые вычитанием.

* *В цехе 375 рабочих, из них 200 мужчин, остальные — женщины. Сколько в цехе женщин?*

* *В цехе 375 рабочих, из них 175 женщин, остальные — мужчины. Сколько мужчин в цехе?*

Решение этих задач записывается с помощью x, повторяется выше выведенное правило нахождения неизвестного слагаемого.

Вывод применяется при решении примеров с x.

$$x + 250 = 470; \qquad 370 + x = 520 \qquad \text{и т. д.}$$

Для устного счета следует брать числа более удобные для вычисления, для письменного вычисления можно задачи усложнить.

При нахождении зависимости между компонентами действий важно, чтобы дети умели в каждом отдельном примере показать ее. В сложении после решения примеров с двумя слагаемыми следуют примеры и задачи на три и более слагаемых. Например: $8+x+4=15$. Учащиеся сначала складывают 8 и 4, потом из общей суммы 15 вычитают полученную сумму 12: $15-12=3$.

После решения нескольких примеров:

$$x + 20 + 30 = 90; \; 15 + x + 25 = 100; \; 25 + 50 + x = 155,$$

учащиеся приходят к выводу: *Если дано больше двух слагаемых, то каждое слагаемое равно общей сумме без суммы остальных слагаемых.* Если такая формулировка окажется трудной для детей, то ее можно не заучивать. Достаточно того, что учащиеся будут уметь находить неизвестное слагаемое и пояснять ход решения.

Определение неизвестного слагаемого по сумме и нескольким слагаемым можно разъяснить и на задаче. Например: *В магазине один мальчик купил перо и ручку и заплатил 10 коп., другой мальчик взял ручку и карандаш* *и заплатил* 15 *коп., третий купил все* 3 *вещи и уплатил* 17 *коп. Сколько стоила каждая вещь?*

При решении выясняется, что стоимость пера, ручки и карандаша — слагаемые, 17 коп.— это их сумма, числа 15 коп. и 10 коп. каждое есть сумма двух слагаемых, а вычитая из 17 коп. 15 коп. или из 17 коп. 10 коп., мы найдем 3-е слагаемое.

Затем даются задачи, примеры для тренировки:

1. $x+120+50=200$; $45+x+125=240$;

$99+x+27=250$; $199+293+x=504$;

2. $33\,500+x=110\,350$; $x+31\,732=80\,726$;

$110\,275+x=205\,300$; $x+11\,999=13\,500$.

3. Киоск «Союзпечать» продал в 1-й и 2-й день недели 2500 газет, во 2-й и 3-й — 3300, а за 3 дня всего 4300 газет. Сколько газет продавали отдельно в каждый день?

* Составить похожую задачу.

Ознакомление детей с зависимостью чисел при вычитании можно сделать и на примерах, и на задачах.

Дается задача на вычитание: *В магазине было* 60 *велосипедов, продали* 50. *Сколько велосипедов осталось в магазине?*

После решения задачи вычитанием ($60-50=10$) учитель предлагает детям на основании этой задачи составить производные задачи, из которых в одной определялось бы, сколько велосипедов было в магазине, а в другой — сколько велосипедов продали. Из сопоставления решения трех задач ($60-50=10$; $50+10=60$; $60-10=50$) учащиеся делают вывод, что из задачи на вычитание составлены 2 задачи: одна — на сложение, другая — на вычитание. В задаче на сложение по вычитаемому и остатку находится уменьшаемое, в задаче на вычитание по уменьшаемому и остатку определяют вычитаемое. Отсюда выводится формулировка зависимости членов вычитания: *Уменьшаемое равно вычитаемому плюс остаток (разность); вычитаемое равно уменьшаемому минус остаток (разность).*

Выводы повторяются на задачах, например: *Матери* 45 *лет, дочь на* 20 *лет моложе матери. Сколько лет дочери?*

Решив задачу: $45-20=25$ (лет), учащиеся составляют производные задачи. В первой задаче, решаемой посредством сложения, определяется возраст матери, т. е. находится уменьшаемое посредством сложения вычитаемого и разности; во второй задаче, решаемой вычитанием, определяют, на сколько лет мать старше дочери, т. е. вычитая из уменьшаемого остаток, находят вычитаемое. Сделанные выводы закрепляются рядом упражнений (устных и письменных).

Зависимость между компонентами вычитания рассматривается на примерах с маленькими числами. Например: $11-4=7$. Задаются вопросы: как называются числа при вычитании? Как составить уменьшаемое 11 из вычитаемого 4 и остатка 7? А как составить вычитаемое из уменьшаемого 11 и остатка 7?

Подобным же образом разбираются примеры: $20-15=5$; $100-80=20$. После их разбора дети делают вывод: *Уменьшаемое равно вычитаемому плюс разность (или остаток)*; *вычитаемое равно уменьшаемому минус разность.*

Затем предлагаются задания такого типа:

а) *Вычитаемое* 240, *разность* 160. *Найти уменьшаемое.*

Записав пример при помощи x, учащиеся решают его.

$$x - 240 = 160; \qquad 240 + 160 = 400.$$

б) *Уменьшаемое* 600, *разность* 120. *Найти вычитаемое.*

Учащиеся записывают условие и решение: $600-x=120$; $600-120=480$.

Примеры и задачи

4.

$$3158 + x = 7498 \qquad x + 14\,225 = 43\,501$$
$$4124 + x = 8339 \qquad x + 32\,229 = 76\,564$$
$$4516 + x = 6145 \qquad x + 12\,274 = 35\,812$$
$$7504 + x = 9100 \qquad x + 44\,617 = 95\,251$$

5.

$$x + 46\,547 = 90\,121 \qquad x - 3251 = 1712$$
$$x + 37\,058 = 50\,012 \qquad x - 4365 = 7592$$
$$7209 + x = 21\,517 \qquad x - 1978 = 9446$$
$$86\,851 + x = 211\,249$$

6. $9502 - x = 8216$ $\quad$ $70\,000 - x = 34\,864$

$8640 - x = 3709$ $\quad$ $46\,702 - x = 37\,290$

$7860 - x = 4912$ $\quad$ $x - 30\,034 = 70\,012$

7. К какому числу надо прибавить 207 495, чтобы получилось 717 211?

* Какое число надо увеличить на 19 314, чтобы получилось 100 512?

8. Сумма двух слагаемых 800 524, одно из слагаемых 376 919. Найти другое слагаемое.

9. На сколько единиц надо увеличить 763 825, чтобы получилось 1 215 049?

10. Задумано число. Если увеличить 2101 на это число, то получится 1 001 010. Найти это число.

11. Найти уменьшаемое, если вычитаемое 826 719 и остаток 117 528.

12. Если задуманное число уменьшить на 3 028 715, то получится 5 748 285. Какое число задумано?

13. Вычитаемое 23 447 879, остаток 28 174 548. Найти уменьшаемое.

14. На какое число надо уменьшить 263 391, чтобы получилось 93 999?

15. Задумано число. Если его вычесть из 5 000 200, то останется 377 595. Какое число задумано?

16. Уменьшаемое 4 000 000, остаток 1 377 848. Найти вычитаемое.

Уменьшаемое 2 111 222, остаток 954 388. Найти вычитаемое.

17. Бак для нефти вмещает 900 *т*. В него налито 697 *т* нефти. Сколько тонн нефти надо добавить, чтобы бак наполнился?

18. Составить задачу к формуле решения: $x + 240 = 730$ — и решить ее.

19. Протяженность нашей страны с запада на восток равна 11 000 *км*, на 6500 *км* больше протяженности нашей страны с севера на юг. На сколько километров протянулась наша страна с севера на юг?

20. Река Обь длиннее Лены на 1300 *км*. Найти длину Лены, если длина Оби равна 5570 *км*.

21. В словаре Ожегова на 33 751 слово меньше, чем в словаре Ушакова. Сколько слов в словаре Ушакова, если в словаре Ожегова 51 538 слов?

22. Второй искусственный спутник Земли весил на 424 *кг* 700 *г* больше, чем первый. Сколько весил первый спутник Земли, если второй спутник весил 508 *кг* 300 *г*?

23. Площадь Московского моря составляет 330 *кв. км*, что на 4220 *кв. км* меньше площади Рыбинского моря и на 110 *кв. км* больше Угличского моря. Найти площадь Рыбинского и Угличского морей.

24. В магазине было тетрадей в клетку на 2100 больше, чем тетрадей в линейку. Тетрадей в клетку было 13 600. Сколько было в магазине тетрадей в линейку?

25. Посевная площадь России в 1913 г. составляла 118 200 000 *га* или на 100 300 000 *га* меньше площади в 1964 г. Какова площадь посева в 1964 г.?

26. Из запаса красного кирпича израсходовано на постройку школы 1 328 000 штук и осталось 15 640 штук на постройку спортивного зала. Сколько красного кирпича было в запасе?

27. В одном из колхозов расходы на покупку удобрений и уборку добавочного урожая на 1 *га* составили 16 руб. 30 коп., на 74 руб. 10 коп. меньше стоимости добавочного урожая с 1 *га*. Какова стоимость добавочного урожая с 1 *га* при внесении удобрений?

28. Из обуви, имевшейся в магазине, за неделю продали 8150 пар, после чего осталось 1820 пар. Сколько пар обуви было в магазине?

29. Для оборудования школы заказаны парты и 70 столов. Столов заказано меньше, чем парт, на 1210 штук. Сколько парт заказано для школы?

30. Турист из намеченного маршрута в 1120 *км* часть пути проехал автобусом, остальные 240 *км* прошел пешком. Какое расстояние турист проехал? Составить формулу решения задачи и решить ее.

31. Осенью на склад привезли 1216 *куб. м* сосновых дров, к весне осталось 139 *куб. м*. Сколько сосновых дров продали за зиму?

32. На одном участке срубили 7235 деревьев, другой участок дал меньше, а именно 6348 деревьев. На сколько деревьев меньше срубили на втором участке?

33. После распашки целины площадь пашни колхоза увеличилась на 278 *га*, и всего пахотной земли в колхозе стало 1164 *га*. Сколько гектаров пашни было в колхозе до распашки целины? Составить формулу решения задачи и решить ее.

34. В кладовой цеха до начала работы смены было 1106 резцов, а после выдачи резцов рабочим в кладовой осталось 689 резцов. Сколько резцов было выдано рабочим? Составить формулу решения задачи и решить ее.

35. Составить задачу к формуле решения: $1300-x=$ $=276$ — и решить ее.

36. В колхозе под пшеницей занято 1370 *га*, а остальная часть пашни занята под другие культуры. Всего в колхозе 2840 *га* пашни. Сколько земли под другими культурами? Составить формулу решения задачи и решить ее.

37. В 1963 г. в области было 1374 механизированных звеньев и отрядов, на 125 меньше, чем в 1964 г. Поставить вопрос и решить задачу.

38. Составить задачу к формуле решения: $1800-x=$ $=1200$ — и решить ее.

Для рассмотрения зависимости между членами умножения берется пример: $14\times7=98$. Задаются вопросы: «Как называются числа при умножении?», «Как получить множимое 14 из произведения 98 и множителя 7?» (Произведение 98 разделить на множитель 7.) Дальше рассматривается нахождение множителя: «Как получить множитель 7 из произведения 98 и множимого 14?»

После разбора нескольких примеров учащиеся под руководством учителя формулируют выводы. *Множимое равно произведению, деленному на множитель, и множитель равен произведению, деленному на множимое.*

Затем зависимость между компонентами умножения рассматривают и на задачах.

* *На фабрике ежедневно расходуется* 15 *т угля. Сколько угля израсходуется за* 8 *дней?* После решения задачи умножением $15\times8=120$ (*т*) учащимся предлагается из этой задачи составить две новые задачи: в первой по общему количеству угля и числу дней узнать ежедневный расход угля; во второй — по общему количеству угля и ежедневному расходу узнать, за сколько дней расходуется этот уголь.

Сопоставив решение трех задач: $15\times8=120$ (*т*), $120:8=15$ (*т*) и $120:15=8$ (дней) — учащиеся видят, что из задачи на умножение составлены две задачи на деление, в которых по произведению и одному сомножителю находится другой сомножитель, а для нахождения неизвестного сомножителя надо произведение разделить на другой сомножитель. Выводы проверяются на другой задаче.

* *С одного улья в среднем взято* 52 *кг меду. Сколько килограммов меду взято с* 10 *ульев?* Решив задачу умножением $52\times10=520$ (*кг*), учащиеся составляют две новые задачи. В одной по общему количеству меда (произведению) и числу ульев (множителю) находят, сколько меду взято с одного улья (множимое). В другой задаче по общему количеству меда (произведению) и по количеству меда, взятого с одного улья (множимому), находят число ульев (множитель).

Из решения задачи делается вывод: *Чтобы найти неизвестный сомножитель, надо произведение разделить на другой сомножитель.* Выводы закрепляются решением примеров сначала устных, потом письменных.

Для выяснения зависимости между членами деления (без остатка) берется несложный пример (на небольших числах): $68:4=17$.

Учитель задает вопросы: «Какое действие дано в этом примере? Как называются числа 68, 4,17? Как составить делимое 68 из делителя 4 и частного 17?»

Разобрав несколько подобных примеров, дети под руководством учителя делают выводы: *Делимое равно делителю, умноженному на частное, или частному, умноженному на делитель. Делитель равен делимому, разделенному на частное.*

Зависимость чисел при делении можно вывести и на задачах, например:

* *Заводской комитет приготовил автобусы для отправки детей в пионерлагерь. В каждый автобус садятся* 20 *учащихся. Всего отправляют* 360 *учащихся. Сколько приготовлено автобусов?*

Задача на деление по содержанию. Делимое — 360 учащихся, делитель — 20 учащихся, частное — 18 автобусов. Затем под руководством учителя дети составляют две новые задачи. В одной задаче по делителю и частному находят делимое; в другой — по делимому и частному находят делитель.

В пионерлагерь дети уехали в 18 *автобусах, по* 20 *учащихся в каждом. Сколько всего детей уехало в пионерлагерь?*

В пионерлагерь уехали 360 детей в 18 автобусах, в каждом поровну. Сколько детей было в каждом автобусе?

Отсюда учащиеся делают вывод, что каждой задаче на деление соответствуют две задачи: одна — на умножение, в ней по делителю и частному находится делимое; другая — на деление, в ней по делимому и частному находится делитель; для определения делимого надо перемножить делитель и частное, а для определения делителя надо делимое разделить на частное.

Дальше рассматривается задача на деление на равные части и на ней повторяются разбор и выводы, например:

Колхоз отправил на базу 952 кг гороха в 14 мешках. Сколько весит в среднем каждый мешок гороха?

Делимое — общий вес гороха, делитель — число мешков. Частное — вес одного мешка гороха.

По предложению учителя дети составляют две задачи: одна задача для нахождения делимого (Сколько всего гороха отправлено на базу?) и другая задача для нахождения делителя (Сколько мешков гороха отправлено на базу?).

Решив задачи, ученики видят, что задаче на деление (на равные части) соответствуют две задачи: одна на умножение, где посредством умножения частного на делитель находится делимое, а другая задача на деление, где посредством деления делимого на частное находится делитель. Выведенные правила применяются к решению примеров и задач — сначала устных, потом письменных.

Чтобы выяснить з а в и с и м о с т ь   м е ж д у   ч и с л а м и   п р и   д е л е н и и   с   о с т а т к о м, можно взять пример: 51:6=8 (остаток 3). Этот пример и 2—3 других разбираются под руководством учителя по образцу предыдущих. Делаются выводы: а) *В случае деления с остатком делимое равно делителю, умноженному на частное, плюс остаток.* б) *В случае деления с остатком делитель равен делимому без остатка, деленному на частное.* Можно для вывода этих правил использовать задачу, например:

* *Школьники собрали 317 книжек-сказок в подарок детям, родители которых работают на целине. Каждому ребенку приготовили комплект из 6 книжек. Сколько*

полных комплектов приготовили школьники и сколько книжек осталось?

$$317 : 6 = 52 \text{ (остаток 5)}.$$

Новые задачи составляются для нахождения делимого — числа собранных книг и делителя — числа книг в одном комплекте.

а) *Из собранных книг составили 52 полных комплекта, по 6 книг в каждом, и один неполный — из 5 книг. Сколько всего книг собрано?*

б) *Из собранных 317 книг школьники составили 52 полных комплекта. Осталось 5 книг. Сколько книг было в каждом комплекте?*

Решение записывается:

а) 6 кн. $\times$ 52 = 312 кн.; 312 кн. + 5 кн. = 317 кн.

б) 317 кн. — 5 кн. = 312 кн.; 312 кн. : 52 = 6 кн.

Из сопоставления этих задач и их решения дети делают вывод, что из задачи на деление с остатком составлены две задачи: одна на умножение и сложение — в ней по делителю, частному и остатку определяется делимое; другая на вычитание и деление — в ней по делимому, остатку и частному находится делитель. Из решения этих задач делают выводы: а) *Для определения делимого надо перемножить делитель и частное и это произведение сложить с остатком.* б) *Для определения делителя надо из делимого вычесть остаток и эту разность разделить на частное.*

Здесь зависимость между числами сложнее, чем в делении без остатка, поэтому надо обратить особое внимание на то, чтобы дети умели объяснить, почему именно так они должны находить делимое и делитель.

Во всех случаях к выводу нужно приступать только тогда, когда на достаточном количестве задач и примеров дети вполне осознают зависимость между числами.

39. $x \times 412 = 18\,952$ $\quad$ $699 \times x = 59\,415$

$x \times 56 = 16\,968$ $\quad$ $472 \times x = 19\,824$

$x \times 154 = 49\,280$ $\quad$ $1728 \times x = 64$

$x \times 66 = 43\,560$ $\quad$ $4387 \times x = 43\,141\,758$

40. $x \times 1419 = 7\,161\,693$ $\qquad$ $x : 436 = 504$

$x \times 1637 = 6\,230\,422$ $\qquad$ $x : 4062 = 4316$

$4592 \times x = 40\,115\,712$ $\qquad$ $x : 5009 = 6446$

$2638 \times x = 19\,658\,376$ $\qquad$ $x : 690 = 4800$

41. $59\,128 : x = 778$ $\qquad$ $x : 9070 = 3040$

$8\,814\,960 : x = 189$ $\qquad$ $x : 4500 = 280$

$635\,460 : x = 1335$ $\qquad$ $15\,102\,935 : x = 2347$

$50\,331\,204 : x = 5628$ $\qquad$ $852\,707 : x = 7823$

42. $x : 503 = 409$ (ост. 273) $\qquad$ $29\,941 : x = 147$ (ост. 100)

$x : 740 = 809$ (ост. 600) $\qquad$ $411\,000 : x = 586$ (ост. 214)

$x : 370 = 708$ (ост. 340) $\qquad$ $552\,400 : x = 824$ (ост. 320)

$x : 904 = 2006$ (ост. 576) $\qquad$ $1\,595\,410 : x = 391$ (ост. 130)

43. Множитель 551, произведение 24 795. Найти множимое. Какое число надо увеличить в 635 раз, чтобы получилось 38 100?

44. Произведение 4 046 544, множитель 783. Найти множимое.

45. Во сколько раз нужно увеличить 4536, чтобы получить 5 474 952?

46. Произведение 43 132 000, множимое 263 000. Найти множитель.

47. Найти множитель, если произведение 7 258 304, множимое 2413. Во сколько раз увеличили число 457, если получили 2 924 800?

48. Делитель 125, частное 768. Найти делимое.

* Какое число надо уменьшить в 2013 раз, чтобы получилось 4308?

49. От какого числа 360 часть составляет 953?

* В каком числе 724 содержится 2005 раз?

50. Найти делимое, зная делитель 8004 и частное 5200?

* Делимое 17 325, частное 495. Найти делитель.

51. Во сколько раз надо уменьшить 1 665 000, чтобы получилось 4625? Какое число содержится в 1 428 768 246 раз?

52. Найти делимое, если делитель равен 752, частное 9072, остаток 419.

* Найти делимое, зная делитель 8004, частное 705, остаток 1029.

53. В делении с остатком найти делитель, если делимое 5 850 000, частное 34 и остаток 2000.

* Найти делитель, если делимое 1 757 588, частное 5724, остаток 13.

54. Делимое 636 946, остаток 123, частное 3047. Найти делитель.

55. В течение года рабочие завода получили некоторое число путевок в санатории и в 8 раз большее число путевок в дома отдыха. В дома отдыха отправили 2032 человека. Сколько рабочих поехали в санаторий?

56. Земельный участок прямоугольной формы имеет 680 *м* ширины. Его площадь 51 *га*. Какова его длина?

57. В среднем за месяц выставку посещает 60 225 человек. Выставку за несколько месяцев посетили 240 900 человек. Сколько месяцев была открыта выставка?

58. Группа геологов проделала летом одного года маршрут в 2548 *км*. Летом следующего года ее маршрут в несколько раз увеличился и составил 7644 *км*. Во сколько раз увеличился маршрут экспедиции?

59. От огорода отделили четвертую часть, именно 250 *м*, и засадили капустой. Какова была площадь огорода?

60. Изготовленную партию коробок спичек упаковали в пачки, в каждой пачке было по 12 коробок, вышло 4440 пачек. Сколько коробок спичек было изготовлено?

61. Самолет доставил почту из Москвы в Севастополь. Это расстояние он пролетел со средней скоростью 308 *км* в час за 5 часов. Какое расстояние он пролетел?

62. На хлебозаводе выпекают в сутки 15 750 *кг* хлеба. Сколько рабочих на заводе, если средняя выпечка на каждого рабочего 105 *кг*?

63. Совхоз собрал со своего поля 5760 *ц* пшеницы. При том же среднем урожае с 1 *га* совхоз собрал в несколько раз больше, чем соседний колхоз, сбор которого составлял 1440 *ц*. Во сколько раз поле колхоза было меньше, чем совхозное поле?

64. Картофелем надо было засадить участок в 1 *га* 5 *ар*. Какой длины взят участок, если ширина его 70 *м*?

65. На изготовление изделия пошло 1005 станкочасов. Работали несколько станков в продолжение 67 часов. Сколько станков были заняты работой?

66. Совхоз заготовил сочные корма для 160 коров. Если количество заготовленных сочных кормов разделить на количество коров, то в среднем на 1 корову приходится по 145 *ц* кормов. Сколько центнеров сочных кормов заготовлено совхозом для коров?

67. Для определения среднего урожая пшеницы разделили весь урожай, равный 4130 *ц*, на число гектаров пшеницы и узнали, что средний урожай составлял 35 *ц* с 1 *га*. Скольким гектарам равняется площадь, засеянная пшеницей?

68. От Баку до Ленинграда 3150 *км*. Самолет пролетел это расстояние за несколько часов, причем средняя скорость полета оказалась равной 450 *км* в час. Сколько часов летел самолет?

69. Цементный завод дает 1320 тыс. *т* цемента в год, в 40 раз превышает производительность полукустарного цементного заводика 1913 г. того же города. Поставить вопрос и решить задачу.

70. При постройке железной дороги 1689 *т* вырытой земли использовали для засыпки оврага, а остальную землю, которой было в 6 раз меньше,— для насыпи. Сколько земли использовали для устройства насыпи?

Задачи на деление с остатком

71. Ящик яиц разделили между собой 4 столовые, взявшие по 300 яиц каждая. Пятая столовая получила остальные 240 яиц. Сколько яиц было в ящике? Составить формулу решения задачи.

72. Расстояние от Киева до Харькова 495 *км*. Поезд шел из Киева в Харьков и через 10 часов движения был в 5 *км* от Харькова. С какой скоростью он шел?

73. В мастерской из имеющейся бумаги сделали общие тетради, употребив по 9 листов на каждую из 100 тетрадей, осталось 8 листов. Сколько бумаги было в мастерской?

74. Турист, наметив определенный маршрут, прошел по 25 *км* в каждый из 6-ти дней, после чего осталось идти 20 *км*. Какой длины маршрут был намечен?

75. Несколько рублей разменяли на монеты по 15 коп. Их было 66, кроме того, был один гривенник. Сколько рублей разменяли?

Составные примеры и задачи

Усвоению зависимости между компонентами и результатами действий помогает решение примеров с x и задач, записанных в виде числовой формулы с обозначением неизвестного через x — простейших уравнений.

Запись решения задач в виде числовой формулы вырабатывает умение выразить функциональную зависимость между величинами с помощью знаков арифметических действий, что имеет большое значение при составлении уравнений. Вместе с записью решения задач в виде числовой формулы полезно проводить и такие упражнения: к примеру с x (простейшему уравнению) составить задачу с конкретным содержанием.

Приведем примеры в несколько действий, к некоторым из них дадим решение с объяснением.

1) $(x-8)+30=50$;
2) $(x-48)-25=50$;
3) $(42-x)+24=60$;
4) $90-(55-x)=65$;
5) $4x+13=53$;
6) $72-3x=18$:
7) $5x:3=20$;
8) $120:2x=3$;
9) $(x-7)\times 9=72$;
10) $(20-x)+3=21$;
11) $50:(40-x)=2$;
12) $(8x+2):3=14$;
13) $32:(12-x)+2=6$;
14) $(5x+8):2+1=20$;
15) $(32:4x+20):6=4$;
16) $35:(32:x+3)=5$;
17) $[(x+2)\times 8-15]\times 2=34$;
18) $\{[(1000:x+75):4+25]\times 2-60\}:3-6=24$;
19) $405-\{[(504:x+87):6+56]\times 4-70\}:2=278$.

В первое время эти упражнения предлагаются в более легкой форме. *От задуманного числа отняли* 8, *к полученному числу прибавили* 30, *полученная сумма равна* 50. *Какое число задумано?* Затем учащиеся постепенно повторяют названия чисел, после чего чтение примеров может принять другую форму. Например, № *3*. 42 *уменьшить на неизвестное число, к разности прибавить* 24, *полученная сумма равна* 60. *Найти неизвестное.* Или № *12. Неизвестное число умножить на* 8, *произведение увеличить на* 2, *сумму разделить на* 3, *частное равно* 14. *Найти неизвестное число.*

Разберем пример № *12*. Учитель спрашивает: «Какое действие является последним в этом примере? Какие числа известны в этом делении? Как найти делимое, если известны делитель и частное?» Делимое $(8x+2)=$ $=3\times14=42$. Чем служит число 42 в этом выражении? Число 2? Число $8x$? Как найти неизвестное слагаемое $8x$? Найти один x (x меньше в 8 раз, чем $8x$).

Разберем решение примера № *18*. В этом примере последнее действие вычитание. Сложив вычитаемое и разность, найдем уменьшаемое.

1) $6+24=30$. Число 30 есть частное от деления неизвестного числа на 3. Отсюда неизвестное делимое равно делителю, умноженному на частное. 2) $30\times3=90$. Число 90 получается как разность при вычитании 60 из неизвестного уменьшаемого. Уменьшаемое же равно вычитаемому, сложенному с разностью. 3) $60+90=150$. 150 есть произведение неизвестного множимого на 2. Множимое равно произведению, деленному на множитель. 4) $150:2=75$. Число 75 есть сумма неизвестного слагаемого и числа 25. Неизвестное слагаемое равно сумме без другого слагаемого. 5) $75-25=50$. Число 50 есть частное от деления неизвестного делимого на делитель 4. Делимое же равно делителю, умноженному на частное, т. е. 6) $50\times4=200$. Число 200 — сумма, 75 — одно из слагаемых. Чтобы найти второе слагаемое, надо от суммы 200 отнять слагаемое 75. 7) $200-75=125$. Число 125 — частное от деления 1000 на неизвестный делитель. Чтобы найти делитель, надо делимое разделить на частное. 8) $1000:125=8$.

Разберем пример № *19*. В этом примере неизвестное входит в состав вычитаемого. Чтобы найти вычитаемое, надо от уменьшаемого отнять разность. 1) $405-278=127$. Число 127 есть частное от деления неизвестного делимого на 2. Делимое равно делителю, помноженному на частное. Отсюда делимое 2) $127\times2=254$. Число 254 есть остаток от вычитания 70 из неизвестного уменьшаемого, но уменьшаемое равно вычитаемому, сложенному с остатком, отсюда 3) уменьшаемое равно $354+70=424$. Но 424 есть произведение неизвестного множимого на 4. Чтобы найти множимое, делим произведение на множитель. Отсюда 4) $324:4=81$. Если сумма двух слагаемых 81, а одно из них 56, то неизвестное слагаемое найдем, отняв от суммы второе слагаемое. Следовательно, слагаемое равно 5) $81-56=25$. Это число есть частное от деления неизвестного числа на 6. Перемножив делитель и частное, найдем делимое. 6) $25\times6=150$. Дальше по сумме 150 и слагаемому 87 найдем второе слагаемое. 7) $150-87=63$. Наконец, делитель x найдем, разделив делимое 504 на частное 63. 8) $504:63=8$.

Записав все действия, как показано, можно сделать проверку и записать следующим образом: 1) $504:8=63$; 2) $63+87=150$; 3) $150:6=25$; 4) $25+56=81$; 5) $81\times4=324$; 6) $324-70=254$; 7) $254:2=127$; 8) $405-127=278$.

Запись решения задачи с x может быть и такая.

К примеру $(x-8)+30=50$ пишем: 1) $(x-8)=50-30=20$; 2) $x=20+8=28$.

К примеру № *12* условие: $(8x+2):3=14$.

Р е ш е н и е: 1) $(8x+2)=3\times14=42$; 2) $8x=42-2=40$; 3) $x=40:8=5$.

К примеру № *18*. Условие примера:

$\{[(1000:x+75):4+25]\times2-60\}:3-6=24$, решение:

1) $\{[(1000:x+75):4+25]\times2-60\}:3=6+24=30$;
2) $[(1000:x+75):4+25]\times2-60=3\times30=90$;
3) $[(1000:x+75):4+25]\times2=60+90=150$;
4) $(1000:x+75):4+25=150:2=75$;
5) $(1000:x+75):4=75-25=50$;
6) $(1000:x+75)=4\times50=200$;
7) $1000:x=200-75=125$;
8) $x=1000:125=8$.

Приемы решения задач должны выясняться с помощью учителя, так как сами учащиеся стараются угадать искомое число, а если число угадано верно, трудно доказать детям необходимость особых приемов решения.

Задача может быть записана на классной доске, выполняются задания устно или письменно, смотря по числам, которые в них входят. Достаточно ограничиться такими видами задач, где неизвестное входит только в одну часть равенства.

Вначале решение численных задач трудно дается школьникам, но после усвоения приемов решения они очень интересуют учащихся и могут служить удобным материалом для самостоятельных работ. Задачи должны даваться учащимся только тогда, когда понятия о 4-х действиях усвоены прочно. Вначале следует давать задачи, в которых не больше 2-х действий, и в них не должно быть определения вычитаемого и делителя по остальным компонентам, так как эти вопросы требуют более трудных соображений, чем определение уменьшаемого и делимого. Точно так же вначале не должны быть задачи с повторением одного и того же действия, так как при первом знакомстве это затрудняет детей.

Приведем примеры и задачи:

76. $(x\times 13)+(864\times 15)=20\,175$; $(783\times x)-(849\times 18)=6642$.

77. $(3416+12\,319)-(136\times x)=6759$.

78. $(x:65)+(72\,675:85)=1426$.

79. $(61\,332:76)-(x\times 91)=170$; $18\,072:[x-(23\times 65)]=4$.

80. $[(42\,615:45)-(27\,216:x)]\times 23=4393$.

81. $51\,102:\{5151:[28\,785:(x:4)]\}-51\times 29=1527$.

82. $[(5x+178)\times 15+90]:45=63$.

83. $\{[(8x-98):2+56]\times 36-268\}:500=4$.

84. $$\left(\frac{50\,000-2x:8}{5}+12\,625\right):8-1875=750.$$

85. $$315:\left\{36-\left[\frac{(115+29)\times 3}{5x-198}+15\right]\right\}=21.$$

Обозначив неизвестное число через x, записать задачи в виде примеров с x и найти x.

86. а) Я задумал число, уменьшил его в 9 раз, полученное число разделил на 20 и получил 4. Какое число я задумал?

б) Я задумал число, уменьшил его в 3 раза, полученное число умножил на 4 и получил 120. Какое число я задумал?

87. а) Я задумал число, увеличил его в 4 раза, к полученному числу прибавил 30 и получил 290. Какое число я задумал?

б) Я задумал число, увеличил его в 9 раз, к полученному числу прибавил 10 и получил 1000. Какое число я задумал?

* Составить задачу, похожую на предыдущую.

88. Я задумал число, уменьшил его на 25, разность умножил на 2 и получил 276. Какое число я задумал?

89. Я задумал число, прибавил к нему 48, разделил сумму на 6 и получил 192. Найти задуманное число.

* Составить похожую задачу.

90. Если неизвестное число умножить на 250, это произведение разделить на 50 и от частного отнять 20, то получим 130. Найти неизвестное.

а) Задумайте число, удвойте его, прибавьте 150, разделите пополам, отнимите задуманное число, разделите его на 5. В ответе получите 15. Проверьте.

б) Задумайте число, прибавьте к нему 40, удвойте, отнимите 60, отнимите задуманное число. Ответ получится на 20 единиц больше задуманного числа. Проверьте.

91. Если неизвестное число умножить на 30, из произведения вычесть 100 и эту разность разделить на 10, то получим 11. Найти неизвестное.

92. Какое число надо вычесть из 1000, чтобы, умножив разность на 6, прибавив к произведению 600, помножив сумму на 3, вычтя из полученного произведения 9000, разделив эту разность на 6, получить в частном 500?

93. Если сумму чисел 375 и 225 разделить на разность тех же чисел, полученное частное помножить на некоторое число, то получится 800. Найти неизвестное число.

94. Произведение чисел 144 и 250 разделили на произведение чисел 180 и 2, полученное частное уменьшили в несколько раз; новое частное равнялось 50. Найти неизвестный делитель.

95. Разность чисел 1020 и 715, уменьшенная в 5 раз, сложена с произведением неизвестного числа на 207, сумма равняется 2752. Найти неизвестное число.

96. Произведение неизвестного числа и 46, сложенного с частным от деления 77 517 на 99, дало в сумме 33 627. Найти неизвестное число.

Приведем *составные задачи* и решение их.

* *В школе было* 1152 *учащихся, в конце учебного года выпущено* 101 *человек, после нового приема в школе стало* 1173 *учащихся. Сколько учащихся было вновь принято в школу?*

Первое решение. 1) Найдем сначала число учащихся, состоявших в школе в конце учебного года: 1152—101=1051. 2) Теперь по сумме 1173 и слагаемому 1051 узнаем второе слагаемое, т. е. число принятых в школу в начале нового учебного года: 1173—1051=122; ответ: 122 учащихся.

Второе решение. Обозначаем неизвестное через x. Записываем решение задачи в виде числовой формулы и решаем. В школе было 1152 ученика, выпущен 101 ученик. Осталось в конце учебного года (1152—101) ученик. Вновь принято x учеников. К оставшимся в конце учебного года прибавляем x: $(1152-101)+x$. По условию задачи стало 1173. Пишем решение задачи в виде примера с x: $(1152-101)+x=1173$.

Решение. 1) $1152-101=1051$; 2) $1173-1051=122$; $x=122$. Действия при решении примера такие же, как и при решении задачи по вопросам.

* *В колхозе было* 3217 *голов крупного и мелкого скота. Прирост молодняка равнялся* 892 *головам скота. После того как часть скота была продана, в колхозе осталось* 3666 *голов. Сколько голов скота было продано?*

Первое решение. 1) Узнаем количество скота в колхозе вместе с молодняком: $3217+892=4109$ (голов). 2) По уменьшаемому 4109 и остатку узнаем вычитаемое, т. е. количество проданного скота: $4109-3666=443$; ответ: 443 головы.

Второе решение. Обозначив неизвестное через x, записываем решение в виде числовой формулы и решаем: $(3217+892)-x=3666$.

* *Кассирша универмага начала работу, имея* 57 *рублей; ко времени обеденного перерыва она сдала* 3791 *руб.* 75 *коп., и у нее осталось* 93 *руб.* 25 *коп. Какая сумма поступила в кассу от покупателей?*

Первое решение. 1) Узнаем, сколько денег было в кассе ко времени обеденного перерыва. Для этого по вычитаемому 3791 руб. 75 коп. и остатку 93 руб. 25 коп. найдем уменьшаемое: 3791 руб. 75 коп.+93 руб. 25 коп.=3885 руб. 2) Узнаем, сколько поступило в кассу от покупателей, для этого по сумме 3885 руб. и слагаемому 57 найдем другое слагаемое: 3885 — 57 = 3828; ответ: 3828 руб.

Второе решение. 1) Узнаем, сколько денег, полученных от покупателей, осталось у кассирши. Для этого по сумме 93 руб. 25 коп. и одному слагаемому 57 руб. находим второе слагаемое: 93 руб. 25 коп. — — 57 руб. = 36 руб. 25 коп. 2) Узнаем, сколько денег поступило от покупателей. Для этого по вычитаемому 3791 руб. 75 коп. и остатку 36 руб. 25 коп. узнаем уменьшаемое: 3791 руб. 75 коп. + 36 руб. 25 коп. = 3828 руб.

Третье решение. 1) 3791 руб. 75 коп. — — 57 руб. = 3734 руб. 75 коп. сдала кассирша из денег, полученных от покупателей; 2) 3734 руб. 75 коп. + + 93 руб. 25 коп. = 3828 руб. поступило от покупателей; здесь по вычитаемому 3734 руб. 75 коп. и остатку 93 руб. 25 коп. находим уменьшаемое.

Четвертое решение.

(57 руб. $+ x$) — 3791 руб. 75 коп. = 93 руб. 25 коп.

К нижеследующим задачам дать решение в виде числовой формулы с x.

* *Крымский совхоз из собранного за неделю винограда 7 ц 50 кг оставил для своих нужд, а остальной отослал в Москву в 250 ящиках, по 15 кг в каждом. Сколько винограда было собрано в совхозе за неделю?*

Решение. 1) 15 *кг*×250 = 37 *ц* 50 *кг* винограда было послано в Москву; по делителю и частному нашли делимое; 2) 37 *ц* 50 *кг* + 7 *ц* 50 *кг* = 45 *ц* винограда собрал совхоз за неделю; по вычитаемому и остатку узнали уменьшаемое; ответ: 45 *ц*.

* *Пошивочная мастерская, получив 37 м 20 см шерстяной материи, часть ее употребила на починку костюмов, а из остальной материи сшила 28 пар брюк, взяв по 1 м 10 см на пару. Сколько материи взято на починку костюмов?*

Решение. 1) 1 *м* 10 *см*×28 = 80 *м* 80 *см* материи пошло на брюки; по делителю и частному нашли делимое; 2) 37 *м* 20 *см* — 30 *м* 8 *см* = 6 *м* 4 *см* материи взято на починку костюмов, по уменьшаемому и остатку нашли вычитаемое.

* *Колхозница продала 8 десятков яиц по одной и той же цене за десяток. На вырученные деньги она ку-*

пила 4 м ткани по 2 руб. 60 коп. за метр. По какой цене колхозница продавала десяток яиц?

Решение. 1) 2 руб. 60 коп.$\times$4=10 руб. 40 коп. выручено за яйца (по делителю и частному нашли делимое); 2) 10 руб. 40 коп. : 8=1 руб. 30 коп. брала колхозница за десяток яиц (по произведению и множителю нашли множимое).

* *Если длину реки Дона уменьшить вдвое и потом уменьшить еще на 293 км, то получится длина его притока Медведицы, равная 692 км. Какова длина реки Дон?*

Решение. 1) Длина реки Дон, уменьшенная вдвое: 692 *км*+293 *км*=985 *км* (находим уменьшаемое, зная вычитаемое 293 и остаток 695); 2) длина Дона 985 *км*$\times$2=1970 *км* (находим делимое, зная делитель 2 *м* и частное 985); ответ: 1970 *км*.

* *В саду собрали с кустов красной смородины в среднем по 2 кг 500 г ягод. Собранную смородину рассыпали в 15 корзин, по 7 кг в каждую. Со скольких кустов была собрана смородина?*

Решение. 1) 7 *кг*$\times$15=105 *кг* смородины было собрано (по делителю и частному находим делимое); 105 *кг*: 2 *кг* 500 *г*=42; с 42 кустов была собрана смородина (по произведению и множимому нашли множитель).

* *В столярной мастерской из 15 досок сделали 3 стола. Сколько столов сделали из 285 досок?*

Решение. 1) 15 досок : 3=5 досок шло на один стол; 2) 285 досок : 5 досок=57; 57 столов сделано из 285 досок (по произведению и множимому нашли множитель).

* *Киоск продал в начале учебного года 2580 тетрадей всем ученикам поровну. Сколько учеников было в школе, если на каждый класс из 35 учеников было продано 420 тетрадей?*

Решение. 1) 420 *т* : 35=12 *т* купил каждый ученик; 2) 2590 *т* : 12 *т*=215 (учеников); 215 учеников было в школе (по произведению и множимому нашли множитель).

* *Хлебозавод из 35 ц белой муки, благодаря припеку, изготовил 9800 батонов, по 500 г каждый. Сколько килограммов получилось припеку?*

Решение. 1) Вес батонов 500 *г*$\times$9800=49 *ц* (по делителю и частному нашли делимое); 2) вес припека: 49 *ц*—35 *ц*=14 *ц*; по сумме 49 и слагаемому 35 нашли другое слагаемое; ответ: 14 *ц*.

* *Колхозница получила за работу 1 т зерна, причем за каждый трудодень выдавали 12 кг 500 г. Муж колхозницы заработал на несколько трудодней больше, а всего 101 трудодень. На сколько трудодней муж заработал больше жены?*

Решение. Колхозница заработала 1 *т* : 12 *кг* 500 *г*= =80 (трудодней). 2) Колхозник заработал 101 трудодень. Здесь по сумме 101 и слагаемому 80 находим второе слагаемое.

* *Тяжелый колун весит 4 кг, а легкий 3 кг. На склад привезли одинаковое число тяжелых и легких колунов, общий вес которых был равен 182 кг. Сколько было привезено тех и других колунов?*

Решение. 1) Вес одного тяжелого и одного легкого колуна: 4 *кг*+3 *кг*=7 *кг*; 2) число тяжелых и легких колунов, привезенных на склад: 182 *кг* : 7 *кг*=26 (колунов); (здесь по произведению и множимому нашли множитель).

* *На станкозаводе слесари зарабатывали в среднем 4 рубля в день. После применения рациональных методов работы дневной заработок слесарей стал составлять в среднем 9 руб. За сколько дней повышение дневного заработка составит 105 руб.?*

Решение. 1) Повышение среднего дневного заработка слесаря после применения рациональных методов работы: 9 руб.—4 руб.=5 руб. 2) Срок, за который повышение заработка составит 105 руб. : 5 руб.=17; 17 дней. (Здесь по произведению и множимому находим множитель.)

* *Человек проходит ежедневно несколько километров. За 45 лет жизни, считая в году 365 дней, человек прошел около 164 250 км. Сколько километров в среднем человек проходил ежедневно?*

Решение. 1) Расстояние, которое человек проходил в год: 164 250 *км* : 45=3650 *км*. 2) Расстояние, которое человек проходил в среднем ежедневно 3650 *км* : : 365 *км*=10 *км*. (Оба действия сводятся к нахождению множимого по произведению и множителю.)

Другое решение. 1) 365×45=16 425 —число дней в 45 годах; 2) 164 250 : 16 425=10; 10 *км* человек проходил в среднем в день. (Здесь по произведению и множителю найдено множимое.)

* *Колесо делает 52 оборота в каждые 4 мин. За сколько времени оно сделает 390 оборотов?*

Решение. 1) Колесо делает в минуту 52 *об.* : 4 = 13 *об.* 2) Время, в течение которого оно сделает 390 оборотов: 390 *об.* : 13 *об.* = 30 (мин.). Здесь находится множитель по произведению 390 и множимому 13; ответ: 30 *мин.*

* *Черные нитки намотаны на 302 катушки. Белые нитки намотаны на другие катушки так, что на белой катушке ниток на 10 м больше, чем на черной, а всего на белой катушке намотано 250 м. Сколько черных ниток намотано на всех катушках?*

Решение. 1) Сколько черных ниток намотано на катушке? 250 *м* − 10 *м* = 240 *м* (по сумме и слагаемому находим другое слагаемое). 2) Сколько черных ниток намотано на 302 катушках? 240 *м* × 302 = 72 480 *м* (находим делимое по делителю и частному); ответ: 72 480 *м*.

* *Между двумя станциями 42 км. Часть этого расстояния отремонтировала первая бригада, остальные 1 км 500 м станционных путей ремонтировала вторая бригада. Всего отремонтировано 12 км. Какую часть пути между станциями ремонтировала первая бригада?*

Решение. 1) 12 *км* − 1 *км* 500 *м* = 10 *км* 500 *м* пути между станциями будет ремонтироваться (по сумме и слагаемому находим другое слагаемое); 2) 42 *км* : 10 *км* 500 *м* = 4; будет ремонтироваться четвертая часть пути между станциями (по делимому и частному нашли делитель); ответ: 4-я часть.

97. Составить задачи к примерам:

а) $x+180=506$; б) $4x-150=250$; в) $120+x=600:3$; г) $16x+40\times10=640$; д) $240x+80=140$.

§ 8. ПРОВЕРКА ДЕЙСТВИЙ

Существующая программа по арифметике младших классов в IV классе предлагает изучать: переместительное свойство сложения — сложение нескольких чисел с использованием сочетательного свойства сложения, переместительное свойство умножения, умножение чисел с использованием сочетательного и распределительного свойства умножения, зависимость между компонентами и результатами действий.

Все эти свойства используются при объяснении проверки четырех арифметических действий, поэтому их следует повторить и знать безукоризненно. Перед объяснением каждого приема, проверки действия необходимо повторить соответствующий теоретический материал.

Проверка сложения

Проверку сложения можно выполнять тремя способами: сложением, вычитанием и округлением чисел.

I способ проверки сложения основан на переместительном свойстве сложения: *сумма не меняется от перемены мест слагаемых.*

Чтобы проверить сложение сложением, можно, пользуясь свойством переместительности, снова произвести сложение, переставив слагаемые в другом порядке, складывая снизу вверх, если сначала складывали сверху вниз. Если получатся одинаковые результаты, то есть основание думать, что первоначальный результат верен.

Для вывода этого правила проверки учащимся предлагается сложить, например, следующие числа: 175, 432 и 225. Сложив $175+432+225=832$, ученики для проверки результата складывают те же числа в другом порядке: $432+225+175=832$. После решения примеров и их разбора ученики самостоятельно выводят правила проверки сложения сложением.

Затем можно предложить детям проверить письменно сложение на следующих больших числах: 735, 434, 23, 845. Сложив сверху вниз

$$\begin{array}{r} 735 \\ 434 \\ +\ \ 23 \\ 845 \\ \hline 2037 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 845 \\ 23 \\ +434 \\ 735 \\ \hline 2037 \end{array},$$

учащиеся складывают эти числа снизу вверх. Получив в результате сложения одинаковые суммы, число 2037, учащиеся выводят правило проверки сложения сложением.

Наконец, можно показать при проверке, как складывать слагаемые в другом порядке, не переписывая их, например:

$$\begin{array}{rl} & 3\,045; \quad 1+8+5+5=19; \\ + & 1\,451 \quad 4 \text{ дес.} + 4 \text{ дес.} + 7 \text{ дес.} + 5 \text{ дес. и т. д.} \\ & 5\,945 \\ & 1\,278 \\ \hline & 11\,719 \end{array}$$

II способ проверки сложения основан на зависимости между компонентами и результатами действия: *если из суммы двух слагаемых вычесть одно из них, то получится другое слагаемое.*

Чтобы проверить результат сложения чисел вычитанием, достаточно вычесть из полученной суммы одно из слагаемых. Если получится другое слагаемое, то есть основание предполагать, что действие выполнено правильно.

Для вывода этого правила проверки важно, чтоб ученики помнили зависимость между компонентами и результатами действий. Предлагается сложить два числа: 269 и 123; 269+123=392. Дети для проверки результата из суммы (392) вычитают второе слагаемое (123) и получают первое слагаемое (269), или 392—123=269.

После решения примеров и их разбора учащиеся самостоятельно выводят правило проверки сложения вычитанием. Можно показать проверку сложения вычитанием, когда складывают письменно большие числа и более двух слагаемых.

Например, даются числа: 3752, 1231, 4268, 2736—

$$\begin{array}{rr} & 3\,752 \\ & 1\,231 \\ + & 4\,268 \\ & 2\,736 \\ \hline & 11\,987 \end{array}$$

Сложив эти числа и получив сумму 11 987, учащиеся складывают первые три числа и получают сумму трех чисел:

$$\begin{array}{rr} & 3752 \\ + & 1231 \\ & 4268 \\ \hline & 9251 \end{array}$$

Затем предлагается из суммы четырех чисел (11 987) вычесть сумму первых трех чисел (9251), и получается четвертое число:

$$\begin{array}{r} -\begin{array}{r} 11\,987 \\ 9\,251 \end{array} \\ \hline 2\,736 \end{array}$$

Учащиеся выводят правило проверки сложения вычитанием, когда складывается более двух чисел.

Самый естественный способ проверки — это повторение того же вычисления. Если оба результата будут равны, то можно с некоторой вероятностью думать, что вычисление сделано верно. Но этот способ ненадежен, потому что человек может незаметно для себя повторить сделанную ошибку. Нельзя считать, что какой-либо из способов проверки дает гарантию правильности вычислений, потому что человек может допустить ошибки и в вычислениях, связанных с проверкой. Поэтому очень важно приучить детей к проверке, состоящей в нахождении пределов, между которыми должны заключаться полученные результаты. Чтобы применять этот прием, учащийся должен владеть устным счетом и уметь округлять числа, грубые ошибки легко обнаруживаются этим приемом.

III способ проверки сложения — округление чисел. Для вывода этого приема проверки учащимся предлагается предварительно повторить правила округления чисел.

Разберем пример. При сложении чисел 453 и 397 должно получиться число большее 700 и меньшее 900. Оно будет больше 700, так как $437>400$ и $397>300$, и меньше 900, так как сумма чисел 453 и 397 должна быть меньше 900, так как $453<500$ и $397<400$.

Еще пример. При сложении $1241+3075+5248+$ $+1955$ сумма должна быть больше 10 000, потому что I слагаемое больше 1000, II — больше 3000, III — больше 5000 и IV — больше 1000; но сумма эта меньше 14 000, так как I слагаемое меньше 2000, II — меньше 4000, III — меньше 6000 и IV — меньше 2000.

Проверка вычитания

Проверку вычитания можно выполнять тремя способами: сложением, вычитанием и округлением.

I способ проверки вычитания основан на зависимости между компонентами и результатами действий: *уменьшаемое равно вычитаемому плюс разность.*

Чтобы проверить вычитание сложением, достаточно сложить вычитаемое с разностью. Если получится уменьшаемое, то есть основание предполагать, что действие выполнено правильно.

Предполагается, что учащиеся твердо помнят зависимость между компонентами и результатами действий. Даются два числа: 3756 и 1524, и учащимся следует выполнить вычитание из большего числа меньшее число. Выполнив вычитание ($3756-1524=2232$), учащиеся для проверки результата к вычитаемому (1524) прибавляют разность (2232) и получают уменьшаемое (3756), или $1524+2232=3756$.

После решения примеров, учащиеся самостоятельно выводят правило проверки вычитания сложением.

II способ проверки вычитания основан на зависимости между компонентами и результатами действий: *вычитаемое равно уменьшаемому минус разность.*

Чтобы проверить вычитание вычитанием, достаточно вычесть из уменьшаемого разность. Если в результате получится вычитаемое, то есть основание думать, что действие выполнено правильно.

Например: даются два числа (5796 и 2152) и предлагается учащимся выполнить вычитание из большего числа меньшее число. Выполнив вычитание ($5796-2152=3644$), учащиеся для проверки результата из уменьшаемого (5796) вычитают разность (3644) и получают вычитаемое (2152), или $5796-3644=2152$. После решения примеров и их разбора учащиеся самостоятельно выводят правило проверки вычитания вычитанием.

III способ проверки вычитания *округлением.* Например, выполнить вычитание чисел 800 и 238. Результат вычитания $800-238$ должен быть больше 500, так как вычитаемое меньше 300. Остаток должен быть меньше 600, потому что вычитаемое больше 200.

Проверка умножения

Проверку умножения можно выполнять тремя способами: умножением, делением и округлением чисел.

I способ проверки умножения основан на переместительном свойстве умножения: *произведение не меняется от перемены порядка сомножителей*. Чтобы проверить умножение умножением, можно, пользуясь свойством переместительности, снова произвести умножение, переставив сомножители в другом порядке, умножая снизу вверх, если сначала умножали сверху вниз. Если получаются одинаковые результаты, то есть основание думать, что первоначальный результат верен.

Для вывода этого правила проверки учащимся предлагается перемножить следующие числа: 23 и 56 ($23 \times 56 = 1288$). Для проверки результата дети перемножают те же числа в другом порядке: $56 \times 23 = 1288$. После решения примеров и их разбора учащиеся самостоятельно выводят правило проверки умножения умножением.

После того как правило проверки усвоено, можно испытать этот способ на больших числах: 328 и 1045. Перемножив сверху вниз:

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 328 \\ 1045 \end{array} \\ \hline 1640 \\ + \; 1312 \\ 328 \\ \hline 342760, \end{array}$$

учащиеся умножают эти числа снизу вверх:

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} 1045 \\ 328 \end{array} \\ \hline 8360 \\ + \; 2090 \\ 3135 \\ \hline 342760 \end{array}$$

Если получают в результате одинаковые произведения, число 342 760, то решение выполнено правильно.

II способ проверки основан на зависимости между компонентами и результатами действий: *при умножении двух чисел каждый из сомножителей равен произведению, деленному на другой сомножитель*.

Чтобы проверить умножение делением, достаточно разделить полученное произведение на множимое или на множитель. В первом случае в частном должен получиться множитель, а во втором — множимое.

Например: даются два числа (34 и 26) и предлагается перемножить эти числа ($34\times26=884$), учащиеся для проверки результата произведения (884) делят его на множимое (34) и получают множитель (26). После решения примеров и их разбора учащиеся самостоятельно выводят правило проверки умножения делением.

III способ проверки умножения — *округление* чисел.

Например, необходимо перемножить числа 7054 и 251. Должно получиться число, большее произведения $7000\times\times200$, так как 7054 больше 7000 и 251 больше 200, и при умножении 7054 на 251 должно получиться число, меньшее произведения 8000×300, потому что 7054 меньше 8000 и 251 меньше 300.

Проверку умножения можно выполнять и сложением. Для вывода правила проверки умножения сложением учащимся следует вспомнить определение умножения. Умножением на целое число называется действие, посредством которого одно данное число повторяется слагаемым столько раз, сколько единиц заключается в другом числе.

Из этого определения умножения следует, что правильность полученного от умножения результата может быть проверена путем сложения. Однако этот путь проверки при больших числах занял бы очень много времени, поэтому сложением умножение на практике не проверяется.

Проверка деления

Проверку деления можно выполнять умножением и делением.

I способ проверки деления основан на зависимости между компонентами и результатами действий: *делимое равно делителю, умноженному на частное.*

Чтобы проверить деление умножением, достаточно умножить делитель на частное. Если получится делимое, то есть основание предполагать, что действие выполнено правильно. Выводить правило проверки начинают с решения примера: даются два числа (375 и 25) и предлагается выполнить деление: большее число разделить на меньшее. Выполнив деление $375:25=15$, учащиеся для проверки результата делитель (25) умножают на частное (15) и получают делимое (375), или $25\times15=375$.

После решения примеров учащиеся самостоятельно выводят правило проверки деления умножением.

II способ проверки деления делением основан на зависимости между компонентами и результатами действий: *делитель равен делимому, деленному на частное.* Чтобы проверить деление делением, достаточно делимое разделить на частное. Если в результате получится делитель, то есть основание думать, что действие выполнено правильно.

Пример. Даются два числа (2 316 992 и 328) и предлагается разделить большее число на меньшее число. Выполнив деление 2 316 992 : 328 = 7064, учащиеся для проверки результата делимое (2 316 992) делят на частное (7064) и получают делитель (328), или 2 316 992 : : 7064 = 328. После решения примеров и их разбора учащиеся самостоятельно выводят правило проверки деления делением.

Проверку деления можно выполнить сложением и вычитанием. Частное может быть найдено посредством сложения и вычитания, поэтому и проверка деления может быть выполнена с их помощью путем отыскания частного соответственно каждым из этих действий. Однако такая проверка, особенно при больших числах, явно нерациональна, так как отнимает много времени. Поэтому на практике деление сложением и вычитанием не проверяется.

Проверка деления с остатком

Для проверки деления с остатком можно предложить учащимся два числа (75 и 8) и разделить большее число на меньшее число. Выполнив деление 75 : 8 = 9 (остаток) и зная зависимость между компонентами и результатами действий, проверяют деление умножением 8×9 и прибавлением к произведению 3, в результате получается 75, так как *делимое равно делителю, умноженному на частное, плюс остаток.* Тот же пример можно проверить, вычитая 3 из 75 (75 − 3) и разделив 72 на 8, в результате деления получается 9. Здесь применяется следующее свойство деления: *в случае деления с остатком делитель равен разности делимого и остатка, деленной на частное.*

ГЛАВА III

ИЗМЕНЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ДЕЙСТВИЙ ОТ ИЗМЕНЕНИЯ КОМПОНЕНТОВ

Значение этого раздела в курсе арифметики следующее: на изменении результатов арифметических действий основаны ряд особых приемов вычислений, применение рациональных приемов решений задач. Изменениями результатов действий пользуются при изучении свойств дробей и правил действий над дробями, простыми и десятичными.

Изложение этого отдела начинается с конкретных вопросов и задач. Важно, чтобы учащиеся поняли зависимость изменения результатов от изменения компонентов действий и умели воспользоваться ею для упрощения вычислений.

§ 9. ИЗМЕНЕНИЕ СУММЫ

Изменение суммы в зависимости от изменения слагаемых вытекает непосредственно из основного понятия о сложении. Прежде всего следует разъяснить детям положение, что каждая единица, прибавленная к слагаемому, должна войти в сумму, так как сумма содержит все единицы, заключенные в слагаемом, и всякая единица, исключенная из слагаемого, исключается из суммы. Берется задача на сложение.

* *Хозяйка купила сахару на* 8 *руб. и ягод на* 10 *руб., ее сестра также купила сахару на* 8 *руб., а ягод на* 11 *руб. Кто из них больше израсходовал денег? На сколько больше? Почему на* 1 *руб.?*

Для решения задачи выполняют два действия сложения и одно вычитания. Посредством вопросов выясняется, что сумма увеличилась на 1 руб., так как на 1 руб. увеличилось второе слагаемое (первые слагаемые равны в обеих суммах).

Задачу можно продолжить.

Соседка купила сахару на 9 руб. и ягод на 10 руб. Кто из них израсходовал больше денег? На сколько больше? Почему?

Здесь посредством вопросов выясняется, что сумма увеличилась на 1 руб., потому что на 1 руб. увеличилось 1-е слагаемое.

Запись решения: 1) 8 руб. + 10 руб. = 18 руб.;
2) 8 руб. + 11 руб. (2-е слагаемое увеличено на 1 руб.) = 19 руб. (увеличение суммы на 1 руб.);
3) 9 руб. (1-е слагаемое увеличено на 1 руб.) + 10 руб. = 19 руб. (увеличение суммы на 1 руб.).

Затем дается пример: *в первый раз сложили числа* 12 *и* 19, *во второй раз сложили* 12 *и* 20. *Когда получилась бо́льшая сумма? На сколько больше? Почему больше? Как короче узнать, на сколько увеличилась сумма?*

Тот же пример можно изменить так: сложите 12 и 19, потом сложите 13 и 19. На сколько единиц увеличилась сумма? Почему?

Запись: 1) $12 + 19 = 31$ 1) $12 + 19 = 31$
2) $12 + 20 = 32$ 2) $13 + 19 = 32$

Вывод: *От прибавления единицы к одному из слагаемых к сумме прибавляется тоже единица, потому что сумма должна заключать в себе все единицы, которые находятся в слагаемых, а следовательно, в нее должна войти и та новая единица, которую прибавили к слагаемому.*

Потом разбирается случай, когда сумма изменяется от прибавления к слагаемому нескольких единиц.

Задача.

1. В два водоема пустили по 900 *мальков карпа. Потом в один водоем пустили еще* 150 *мальков, а в другой* 100 *мальков. Сколько мальков стало в каждом водоеме? В каком больше? На сколько больше? Почему на* 50 *больше?*

Задача дается в другом варианте.

2. В одном водоеме было 900 *мальков карпа, в другой пустили* 950 *мальков. Потом в каждый водоем пустили по* 100 *мальков. Сколько мальков в каждом водоеме? В каком водоеме больше мальков? На сколько больше? Почему?*

Запись решения:

$$1)\ 900 + 100 = 1000 \qquad 2)\ 900 + 100 = 1000$$
$$900 + 150 = 1050 \qquad 950 + 100 = 1050$$
$$1050 - 1000 = 50 \qquad 1050 - 1000 = 50$$

Дальше даются два примера:

* 45+50 и 49+50. *Какая сумма больше? На сколько единиц? Почему?*

Затем изменяется второе слагаемое:

* 45+53. *Почему сумма увеличилась на* 3 *единицы?*

Затем учащимся предлагаются вопросы: как изменится сумма от прибавления к слагаемому 6 единиц? 10? 20? И, наконец, общий вопрос: как изменится сумма от прибавления нескольких единиц к одному из слагаемых?

Наконец выводится правило: *Если к какому-либо слагаемому прибавить несколько единиц, то сумма увеличится на столько же единиц.*

Подобным же образом рассматривается изменение суммы при вычитании из слагаемого сначала одной единицы, потом нескольких единиц.

* *В группе детского сада* 12 *мальчиков и* 10 *девочек, в другой группе* 11 *мальчиков и* 10 *девочек. В какой группе меньше детей? На сколько меньше? Почему? В третьей группе* 12 *мальчиков и* 9 *девочек. Почему в третьей группе меньше на одного ребенка, чем в первой группе?*

$$31 + 40 + 22\ (= 93)$$
$$31 + 40 + 21\ (= 92)$$

После решения примеров делается вывод.

Если от какого-либо слагаемого отнять единицу, то сумма уменьшается на единицу.

Точно так же рассматривается уменьшение одного из слагаемых на несколько единиц. Дальше переходят к изменению суммы при изменении двух слагаемых.

Задача: *На одной фабрике было* 240 *мужчин и* 160 *женщин, а на другой — мужчин на* 50 *больше, а женщин — на* 30 *больше, чем на первой. На какой фабрике больше работающих?*

Учащиеся обычно решают задачу, определяя число всех работающих на 1-й и на 2-й фабрике и находя разность между этими числами. Можно принять это решение, как верное, но сейчас же нужно указать другое решение, основанное на изменении слагаемых и приводящееся к одному сложению.

Изменение суммы объясняется последовательно — сначала от изменения одного слагаемого, потом другого. Проводится сравнение суммы в таком порядке:

$$240 \text{ чел.} + 160 \text{ чел.} = 400 \text{ чел.}$$

$$290 \text{ чел.} + 160 \text{ чел.} = 450 \text{ чел.}$$

$$290 \text{ чел.} + 190 \text{ чел.} = 480 \text{ чел.}$$

На сколько же больше число работающих на 2-й фабрике? Как узнать короче, на сколько человек больше?

Потом условие задачи изменяется: *На 3-й фабрике мужчин было на 100 человек, а женщин на 70 человек больше, чем на 1-й фабрике. На сколько больше было работающих на 3-й фабрике, чем на 1-й?*

Решение объясняется так: число работающих на каждой фабрике есть сумма числа мужчин и числа женщин. В последней сумме первое слагаемое больше на 100, а второе — на 70. Поэтому сумма больше на 170 ($100+70=170$).

Дальше таким же образом рассматривается изменение суммы от уменьшения двух слагаемых, потом — от увеличения одного слагаемого и уменьшения другого.

Условие задачи для объяснения последнего случая изменяется так:

* *На одной фабрике 240 мужчин и 160 женщин, на другой фабрике мужчин на 50 больше, а женщин на 30 меньше. На какой фабрике больше работающих?*

Если ребята решат задачу обычным способом, выполнив 3 действия сложения и 2 вычитания, нельзя отвергать это решение, но сейчас же нужно указать другое, основанное на изменении слагаемых и суммы. Число работающих на фабрике есть сумма числа мужчин и числа женщин ($240+160$), одно из слагаемых этой суммы увеличилось на 50, значит, сумма должна увеличиться на 50 ($290+160$), но другое слагаемое уменьшилось на 30, поэтому новая сумма уменьшится на 30 ($290+$ $+130$). Поэтому сумма увеличится на $50-30=20$.

Таким же путем решаются примеры на сложение двух слагаемых, причем оба слагаемых на несколько единиц уменьшаются, потом одно увеличивается, другое уменьшается.

Дальше рассматривается изменение суммы более чем двух слагаемых.

Изменение суммы при изменении трех слагаемых рассматривается последовательно. Например: $30+25+75+20=150$. Как изменится сумма, если первое слагаемое увеличим на 10, второе на 5 и третье уменьшим на 8. Запись решения примерно может быть такая:

$$30+25+75+20=150$$
$$40+30+75+20=165$$
$$40+30+67+20=157$$

Объясняются решения следующим образом: от увеличения первого слагаемого на 10, сумма увеличивается на 10, от увеличения второго слагаемого на 5 сумма еще увеличивается на 5, т. е. всего сумма увеличится на 15. От уменьшения 3-го слагаемого на 8 сумма уменьшается на 8; значит, сравнительно с первой суммой она увеличится на 15 без 8, т. е. на 7, и будет равна 157.

Разбирают еще подобный пример: $75+30+14+49=168$. Второе слагаемое уменьшится на 10, 3-е слагаемое увеличится на 21, 4-е слагаемое уменьшится на 24. Запись решения должна быть сделана в четырех строках:

1) $75+30+14+49=168$
2) $75+20+14+49=158$
3) $75+20+35+49=179$
4) $75+20+35+25=155$

Решение объясняется последовательно: если одно слагаемое (30) уменьшается на 10, то и сумма уменьшится на 10, если слагаемое (49) уменьшится на 24, то сумма уменьшится еще на 24; всего сумма уменьшится на $10+24=34$; когда слагаемое (14) увеличится на 21, то сумма увеличится на 21, итого сумма уменьшится на $34-21=13$, т. е. будет равна $168-13=155$.

После разбора примеров делается вывод: *Если одни слагаемые увеличим на несколько единиц, а другие* *уменьшим, то сумма увеличится или уменьшится, смотря по тому, что больше: общее увеличение или общее уменьшение, и на столько единиц, на сколько одно больше другого.*

Особо следует остановиться на случае, когда одно слагаемое увеличивается, а другое уменьшается на столько же единиц, т. е. сумма не изменяется. Можно взять сначала конкретную задачу, например: *У мальчика в правом кармане* 20 *орехов, в левом* 16. *Сколько орехов у мальчика?*

А если взять из правого кармана 10 орехов и переложить в левый карман, сколько орехов будет у мальчика?

Количество орехов в двух карманах — это сумма. Сумма эта не изменилась, потому что от одного слагаемого отняли 10 единиц и прибавили эти 10 единиц к другому слагаемому.

* *А если из правого кармана мальчик отдаст товарищу* 15 *орехов, а в левый ему кто-нибудь положит еще* 15 *орехов, то сколько орехов будет у мальчика?*

Здесь количество орехов — или сумма двух слагаемых — тоже не изменилось, так как от одного слагаемого отняли 15 единиц, зато к другому столько же добавили.

То же свойство суммы следует проверить на примере: прибавить несколько единиц к одному слагаемому, потом отнять столько же от другого слагаемого. Например:

$$375 + 91 = 466$$

$$395 + 91 = 486$$

$$395 + 71 = 466$$

Делается вывод: *Если к одному слагаемому прибавить несколько единиц, а от другого отнять столько же единиц, то сумма не изменится.*

После этого идут упражнения:

1) в определении изменений суммы при одновременном изменении нескольких слагаемых;

2) в определении измененной суммы по данной сумме и по данным изменениям в слагаемых, применение свойств слагаемых и суммы на особых приемах сложения, в особенности на числах, близких к круглым;

3) в определении изменений, которые нужно сделать в слагаемых, чтобы достичь желаемого изменения в сумме;

4) в составлении детьми задач на изменения слагаемых и в применении этих правил в решении задач.

Приведем примеры упражнений:

1) На трамвайной остановке из первого вагона вышли 10 *человек, а из второго* — 8 *человек, из третьего* — 11 *человек; но в первый вагон вошли* 12 *человек, во второй* — 9 *и в третий* — 7 *человек. Пассажиров в трамвае стало больше или меньше и на сколько?*

Решение объясняется так: число пассажиров каждого вагона — это слагаемое, число пассажиров в трех вагонах — это сумма. На сколько уменьшилась сумма, когда слагаемые уменьшились соответственно на 10, 8 и 11? На сколько увеличилась сумма, когда слагаемые увеличились соответственно на 12, 9, 7? На сколько единиц уменьшилась сумма? Почему на 1?

2) На трех сберкнижках лежало 4800 *руб. С одной книжки взяли* 500 *руб., на другую положили* 800 *руб. и на третью положили* 60 *руб. Сколько денег оказалось на трех сберкнижках?*

Здесь дана сумма трех слагаемых 4800 руб., второе и третье слагаемые увеличились на $800+600$, т. е. на 1400, но первое слагаемое уменьшилось на 500. Поэтому сумма увеличилась на 900 ($1400-500=900$). Новая сумма 5700 ($4800+900=5700$).

3) Сделать вычисления:

$$3299 + 1998 + 5795$$

В этом примере дополняем слагаемые до круглых (удобных для вычислений) чисел, складываем $3300+$ $+2000+5800$ и уменьшаем сумму на 8: $11\,100-8=11\,092$.

Другой пример: $598+402+300$ — решаем так: если уменьшить второе слагаемое на 2, первое же увеличить на 2, сумма не изменится: $600+400+300=1300$.

Подобно приведенным, решаются примеры:

$$143 + 98 = 143 + 100 - 2 = 241$$

$$2853 + 1997 = 2853 + 2000 - 3 = 4850$$

$$329 + 299 = 329 + 300 - 1 = 628 \text{ и т. д.}$$

На вычисления с округленными слагаемыми можно дать задачи, например: *За купленные вещи покупатель* *должен уплатить в кассу* 198 *руб. В кассе есть* 764 *руб. Сколько денег станет в кассе?*

Покупатель даст 200 руб., но получит сдачи 2 руб. Следовательно, сложение выполняется так:

$$764 \text{ руб.} + 200 \text{ руб.} - 2 \text{ руб.} = 962 \text{ руб.}$$

4) Задание. *Сумма двух слагаемых* 400. *Как нужно изменить слагаемые, чтобы в сумме получилось* 330?

Решение. 330 меньше 400 на 70. Чтобы уменьшить сумму на 70, можно придумать много способов: 1) от одного слагаемого отнять 70; 2) от одного слагаемого отнять часть 70 (например, 40), от другого — остальное (30); 3) от одного слагаемого отнять больше 70 (например, 90), зато к другому прибавить столько единиц, на сколько отнятое превышает 70 (20) и т. д.

5) Одно из слагаемых увеличить на 50, *что надо сделать с другим слагаемым, чтобы сумма увеличилась на* 75? *на* 100? *чтобы она уменьшилась на* 60? *на* 80? *чтобы она не изменилась?*

* *Составить задачу, которая решалась бы сложением чисел* 3250 *и* 7100. *Изменить условия задачи так, чтобы:* 1) *каждое слагаемое увеличить на* 200; 2) *отнять от слагаемых* 200; 3) *прибавить к одному* 200 *и отнять от другого* 200.

Если сумма двух слагаемых увеличивается или уменьшается на несколько единиц, а одно из слагаемых остается без изменения, то другое слагаемое должно увеличиться или уменьшиться на столько же единиц.

Задача: *Состав класса увеличился на* 5 *человек, число мальчиков не изменилось. Как изменилось число девочек?*

Если сумма двух слагаемых и одно из этих слагаемых увеличивается на одно и то же число, то другое слагаемое остается без перемены.

* *Складывая два числа, ученик получил в сумме* 1100, *но цифра* 3 *в первом слагаемом* 351 *была ошибочно принята за* 8. *Каково второе слагаемое?*

Если одно из двух слагаемых увеличивается на несколько единиц, а сумма остается без изменения, то другое слагаемое должно уменьшиться на столько же единиц, и наоборот: с уменьшением 1-го слагаемого 2-е должно увеличиваться на столько же единиц.

* *На одном лотке было 23 яйца, на другом 18 яиц. Не изменяя общего числа яиц, нужно дополнить число яиц первого лотка до 30 яиц. Сколько яиц надо переложить со второго лотка на первый и сколько яиц останется на втором лотке?*

$$23 + x = 30; \quad 30 - 23 = 7; \quad 18 - 7 = 11$$

Итак, одно слагаемое увеличили на 7 единиц, сумму не изменили, следовательно, второе слагаемое уменьшили на 7 единиц.

Сложить $369+231$.

Первое слагаемое увеличиваем на 31. Второе слагаемое уменьшаем на это же число: $369+31+231-31$, по сочетательному закону заключаем в скобки: $(369+31)+(231-31)=400+200=600$.

Примеры и задачи

1. Как изменится сумма, если одно из слагаемых увеличить на 498, а другое на 218?

2. Что сделается с суммой, если одно слагаемое уменьшить на 174, а другое на 288?

3. Что сделается с суммой, если одно слагаемое увеличить на 225, другое уменьшить на 223?

4. Что сделается с суммой, если одно слагаемое увеличить на 303, другое уменьшить на 147?

5. Как изменится сумма, если одно слагаемое увеличить на 295, другое уменьшить на 374?

6. Что сделается с суммой трех слагаемых, если от одного отнять 287, от другого 667, а к третьему прибавить 199?

7. Как изменится сумма трех слагаемых, если одно увеличить на 98, другое на 299, а третье уменьшить на 397?

8. Приведем образец записи в виде таблицы (табл. 1) примеров на изменение слагаемых и суммы. Здесь «+» означает увеличение на несколько единиц, «—» означает уменьшение.

Таблица 1

1-е слагаемое	2-е слагаемое	3-е слагаемое	Сумма
+10	−8	+12	?
−11	+5	?	+1

а) В 1-й строке записан пример: как изменится сумма, если 1-е слагаемое увеличить на 10, 2-е уменьшить на 8, 3-е увеличить на 12.

б) Во 2-й строке записан пример: 1-е слагаемое уменьшить на 11, 2-е увеличить на 5. Что надо сделать с 3-им слагаемым, чтобы сумма увеличилась на 1?

9. Сыну и дочери вместе 31 год. Отец старше сына на 28 лет, а мать старше дочери на 23 года. Сколько лет отцу и матери вместе?

10. На станции стояло несколько товарных вагонов. С этой станции было отправлено 35 вагонов, а принято 48 вагонов. Всего же на станции осталось 82 вагона. Сколько вагонов стояло на станции первоначально?

11. В утренней смене училища учатся 295 человек, в вечерней 197. Сколько всего учащихся в училище? Решить устно.

12. В первую неделю привезли на склад 198 *куб. м* дров, во вторую 197 *куб. м*, а в третью неделю 205 *куб. м* дров. Сколько куб. метров дров привезли на склад в три недели? Решить устно.

13. Школьный киоск, получив 850 учебников, распродал за день 727 учебников, но на другой день получил еще 620 учебников. Сколько учебников было в киоске на второй день? Решить устно.

14. Отцу, матери, дочери и сыну вместе 110 лет. Сколько лет им всем вместе было 10 лет тому назад? Сколько лет им всем вместе будет через 5 лет?

15. В одном ящике на 117 гвоздей больше, чем в другом. На сколько больше или меньше будет гвоздей в первом ящике, если:

1) переложить 50 гвоздей из первого ящика во второй?

2) переложить 60 гвоздей из первого ящика во второй?

3) переложить из второго ящика в первый 50 гвоздей?

4) переложить из второго ящика в первый 70 гвоздей?

16. В двух садах было 725 кустов малины, смородины и крыжовника. Сколько кустов ягод стало в этих садах, когда из второго пересадили в первый 45 кустов смородины, во второй посадили 55 кустов крыжовника и в первый вместо 20 кустов малины посадили плодовые деревья?

17. На дровяном складе было 510 *куб. м* березовых, сосновых и осиновых дров. За неделю склад отпустил 18 *куб. м* березовых дров, 10 *куб. м* сосновых и 14 *куб. м* осиновых, а получил 6 *куб. м* березовых дров, 8 *куб. м* сосновых и 10 *куб. м* осиновых. Как изменилось за эту неделю количество дров на складе?

18. На заводе 5 цехов. В первом, втором и третьем цехах вместе 170 станков, в четвертом на 12 станков меньше, чем во втором, в пятом на 11 станков меньше, чем в третьем цехе. Сколько всего станков на заводе?

19. В городе 4 района. В одном районе число жителей увеличилось за год на 217 человек, в другом уменьшилось на 98 человек, в третьем уменьшилось на 128 человек, в четвертом увеличилось на 230 человек. Как изменилось за год население города?

20. Предполагалось, что в двух соседних школах будет 860 учащихся, фактически в первую поступило на 28, а во вторую на 22 учащихся больше, чем предполагалось, после чего в обеих школах оказалось учащихся поровну. Какое число учащихся намечено было принять в каждую школу?

21. В совхозе было засеяно пшеницей и рожью 1410 *га*. На следующий год площадь под пшеницей увеличили на 250 *га*, а под рожью на 100 *га*. Какую площадь занимают теперь посевы пшеницы и ржи?

22. Длина забора вокруг огорода прямоугольной формы 300 *м*. Какой длины забор вокруг другого огорода, длина которого на 25 *м* и ширина на 10 *м* больше?

23. В трех ящиках 1 *ц* 44 *кг* яблок. Из одного ящика продали 18 *кг*, из другого 20 *кг*, из третьего 15 *кг*. Сколько яблок осталось в трех ящиках?

24. Один магазин продал за день 1 *т* 200 *кг* картофеля и свеклы, другой продал картофеля на 120 *кг* меньше, а свеклы на 150 *кг* больше, чем первый магазин. Сколько овощей продал за день второй магазин?

25. В столовой был запас сахара в 115 *кг*. Столовая купила еще 18 *кг* 500 *г*, но израсходовала за неделю 20 *кг* 800 *г*. Сколько сахара осталось в запасе?

26. Составить задачу к примеру: $150+70$. Изменить условие так, чтобы: 1) одно слагаемое увеличить на 30, а другое уменьшить на 20; 2) сумму уменьшить на 80.

Изменение суммы от изменения слагаемых применяется при решении типовых задач, требующих деления числа на 2 или нескольких частей, разностные отношения которых даны (нахождение неизвестных по их сумме и разности). Разберем примеры.

* *Сумма двух чисел* 3120, *первое меньше второго на* 280. *Найти эти числа.*

Для решения сделаем оба слагаемых равными:

1) Причем слагаемое большее сделаем равным меньшему, для этого уменьшим его на 280 единиц. Сумма должна уменьшиться на 280 единиц, она будет равна $3120-280=2840$. Поэтому меньшее слагаемое должно быть равно половине числа 2840, т. е. $2840:2=1420$, отсюда найдем большее число: $1420+280=1700$.

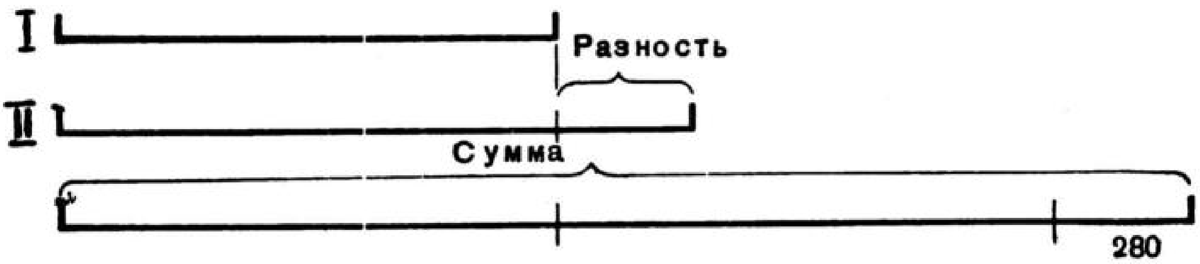


Рис. 2

Решение этой задачи хорошо иллюстрировать рисунком (рис. 2). Пусть неизвестные слагаемые изображены неопределенными отрезками прямых.

Рисунок показывает, что вся прямая содержит 3120 единиц, одна часть 280, остальная $3120-280$ состоит из двух равных меньших слагаемых.

2) Однако решение задач можно начать с нахождения большего слагаемого. Сделаем оба слагаемых равными большему числу, для этого меньшее увеличим на 280. Сумма должна увеличиться на 280, она будет равна $3120+280=3400$, отсюда большее число равно $3400:2=1700$.

Возьмем линию, изображающую сумму 2-х слагаемых (рис. 3). Чтобы уравнять второе слагаемое с пер-

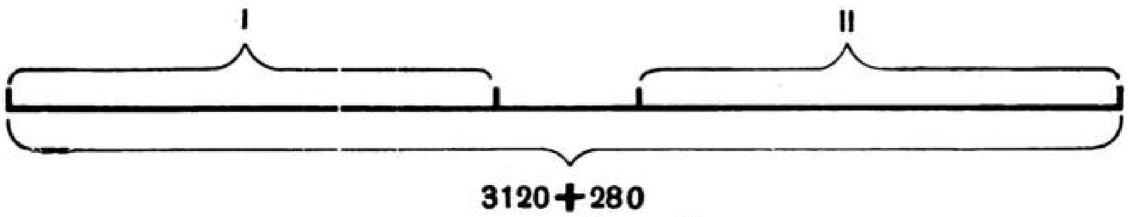


Рис. 3

вым, надо прибавить к нему часть, равную 280. Рисунок показывает, что $3120+280=3400$ равно двум большим слагаемым.

Решим задачу на вычисление 3-х слагаемых: *Сумма 3-х слагаемых* 495, *второе слагаемое на* 120 *больше и 3-е на* 30 *меньше* 1-*го. Найти слагаемые.*

Для решения задачи уравняем второе и третье слагаемые первому. Для этого надо уменьшить второе слагаемое на 120 и увеличить 3-е на 30, от чего сумма уменьшится на $120-30=90$; сумму $495-90=405$ делим на три равные части, каждая из которых равна первому слагаемому $405:3=135$; второе слагаемое: $135+120=255$; третье: $135-30=105$.

Но задача может быть решена иначе. Приравняем второму слагаемому как первое, так и третье. Для этого первое слагаемое увеличим на 120, 3-е увеличим на 150 $(120+30)$; сумма 3-х чисел, равных 2-му слагаемому, равна $495+150+120=500+150+120-5=765$. Отсюда найдем 2-е слагаемое.

Но сумму можно изменить и третьим способом, приравняв первое и второе слагаемые к третьему. Для этого надо уменьшить 1-е слагаемое на 30, второе на 150, от чего сумма уменьшится на 180; $495-180=315$; итак, 3-е слагаемое равно 105 $(315:3=105)$.

В задачах этого типа учеников часто затрудняет установление разности между искомыми слагаемыми данной суммы. В этом случае можно воспользоваться изображением чисел в виде неопределенных отрезков, указывая на рисунке 4 разности этих отрезков. Рисунок поможет решить задачу как 1-м, так 2-м и 3-м способами. Действительно рисунок показывает:

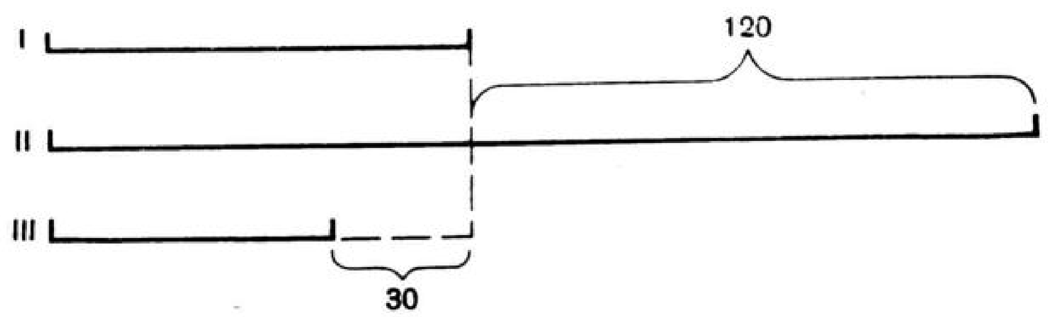


Рис. 4

а) чтобы все слагаемые уравнять с 1-м, надо 2-е уменьшить на 120, а 3-е увеличить на 30;

б) чтобы все слагаемые уравнять со 2-м, надо 1-е увеличить на 120 и 3-е на 150 $(120+30=150)$;

в) чтобы все слагаемые уравнять с 3-м слагаемым, надо 1-е уменьшить на 30, 2-е уменьшить на 150 $(30+ +120=150)$.

27. Летчики-космонавты А. Николаев и П. Попович во время группового полета в 1962 г. вместе совершили 112 витков вокруг Земли. П. Попович сделал на 16 витков меньше, чем А. Николаев. Сколько витков вокруг Земли сделал каждый космонавт?

28. Автомобиль израсходовал на три поездки 23 *л* бензина. В третью поездку израсходовано бензина на 2 *л* больше, чем во вторую, а во вторую — на 3 *л* больше, чем в первую. Сколько километров проехал автомобиль во вторую поездку, если в третью он проехал на 55 *км* больше, чем в первую?

29. Три завода выпустили за неделю 201 автомобиль. Первый завод выпустил на 2 машины больше, чем второй, а третий на 5 машин меньше второго. Сколько автомобилей выпустил за неделю каждый завод?

30. Для пробы посеяли 400 зерен. Проросло на 240 зерен больше, чем не проросло. Сколько зерен проросло?

31. В двух школах 900 учащихся. Если перевести из одной школы в другую 40 человек, в каждой школе будет учащихся поровну. Сколько учащихся было в каждой школе?

32. В международный юношеский день на демонстрацию вышли 810 учащихся. От первой школы вышло на 63 человека меньше, чем от второй, а от третьей школы на 42 человека больше, чем от второй. Сколько человек вышло на демонстрацию от каждой школы?

33. Бригада рабочих сэкономила на расходах и материале за квартал 988 руб., причем в январе на 95 руб. меньше, чем в феврале, а в марте на 182 руб. больше, чем в январе. Сколько рублей сэкономила бригада в каждый месяц?

34. Для начальной школы купили пособия на 895 руб. Для I класса куплено на 45 руб. меньше, чем для II, для II на 35 руб. больше, чем для III. На сколько рублей куплены пособия для каждого класса?

35. На электропроводку в трех квартирах пошло 414 *м* шнура. На первую квартиру пошло на 41 *м* меньше, чем на третью, а на вторую квартиру пошло на 31 *м* больше, чем на первую. Сколько шнура пошло на каждую квартиру?

36. Подводная лодка прошла под водой и на поверхности воды 1548 *км*, причем под водой лодка прошла на 590 *км* больше, чем на поверхности воды. Сколько километров прошла лодка под водой?

37. Площадь трех земельных участков равна 7200 *га*, причем второй на 300 *га* больше первого, третий участок одинаков по площади со вторым. Какова площадь каждого участка?

38. На фабрике за три смены выработали 12 840 *м* ткани. В первую смену выработали на 594 *м* больше, чем во вторую, а во вторую — на 312 *м* меньше, чем в третью. Сколько метров ткани выработали в каждую смену?

39. Швейная мастерская купила на 276 руб. два куска одной и той же ткани. Больший кусок ткани, в котором было 57 *м*, стоил на 66 руб. дороже меньшего куска. Сколько метров ткани было в меньшем куске?

40. В совхозе с двух участков при одинаковом урожае собрали 9000 *ц* овса, причем с участка в 240 *га* собрали на 600 *ц* больше, чем с другого. Какая площадь была засеяна овсом?

41. По плану две зерноочистительные машины должны за 24 дня очистить 7680 *ц* зерна, а очистили 1680 *ц* зерна сверх плана. Первая машина очистила на 480 *ц* зерна больше, чем вторая. Сколько зерна очищала в среднем за день каждая машина?

42. Общая площадь Каспийского и Аральского морей 493 000 *кв. км*. Каспийское море на 355 000 *кв. км* больше Аральского моря. Поставить вопрос.

43. На земле насчитывается 17 000 видов земноводных, пресмыкающихся и рыб вместе. Сколько видов земноводных, пресмыкающихся и рыб в отдельности, если пресмыкающихся на 4000, а рыб на 7000 больше, чем земноводных?

44. Который час в то время, когда прошедшая от начала часть суток на 4 часа 40 мин. больше оставшейся части.

45. Теплоход прошел путь между двумя пристанями за 2 часа 10 мин., причем по течению он шел на

40 минут меньше, чем против течения. Поставить вопрос.

46. Семья рабочего занимает две комнаты общей площадью 30 *кв. м*. Одна комната на 3 *кв. м* 50 *кв. см* больше другой. Определить площадь каждой комнаты.

47. В колхозе собрали 7 *ц* 20 *кг* винограда первого и второго сорта и разложили его в корзины по 12 *кг* в каждую. Корзин с виноградом первого сорта было на 16 больше, чем с виноградом второго сорта. Сколько было корзин с виноградом каждого сорта.

48. Два звена с одинаковых участков общей площадью в 4 *га* собрали 358 *ц* 90 *кг* зеленого чайного листа. Первое звено собрало с каждого гектара на 10 *ц* 45 *кг* листа больше, чем второе звено. Сколько листа собрало в среднем первое и второе звено с 1 *га*?

49. Длина изгороди вокруг участка, имеющего форму прямоугольника, равна 212 *м*, причем ширина на 20 *м* короче длины. На участке расположен сад, дом и хозяйственный двор. Площадь под садом на 6 *а* больше площади под домом, а площади под домом и под хозяйственным двором одинаковы. Какую площадь в отдельности занимает дом, сад и хозяйственный двор?

В существующей программе по арифметике для младших классов школы и объяснительной записке к ней предлагается, кроме зависимости между компонентами и результатом действия, изучать переместительное и сочетательное свойства суммы. Следствия, вытекающие из этих свойств, записаны в проекте настоящей программы с трехгодичным сроком обучения; практически они используются в начальной школе при изучении целых чисел.

Приведем упражнения на переместительный и сочетательный законы и следствия из них.

I. Замена нескольких слагаемых их суммой (сочетательный закон сложения)

1. 146 + 154 + 137 = (146 + 154) + 137 (группу слагаемых заключаем в скобки на основании сочетательного закона) = 300 + + 137 = 437 (выполняем сложение).

3 *2.* 368 + 173 + 127 = 68 + (173 + 127) = 368 + 300 = 668.

3. 643+ 357 + 957.

II. Перестановка слагаемых (переместительный закон суммы)

1. 238 + 467 + 362 = 238 + 362 + 467 (делаем перестановку слагаемых, чтобы получить круглые числа при сложении) = (238 +

$+ 362) + 467$ (группу слагаемых заключаем в скобки на основании сочетательного закона) $= 600 + 467 = 1067$ (выполняем сложение).

2. $179 + 284 + 721$.

III. Прибавление суммы к числу

1. $564 + (246 + 973) = 564 + 246 + 973 = (564 + 246) + 973 = 810 + 973 = 1783$.

2. $435 + (279 + 565)$.

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы прибавить к какому-нибудь числу сумму нескольких слагаемых, достаточно последовательно прибавить к нему все слагаемые данной суммы одно за другим.*

IV. Прибавление числа к сумме

1. $(337 + 488) + 663 = 1000 + 488 = 1488$.

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы к сумме нескольких слагаемых прибавить число, достаточно прибавить это число к одному из слагаемых.*

2. $(453 + 689) + 547 = (453 + 547) + 689 = 1000 + 689 = 1689$.

3. $(329 + 468) + 21$.

V. Прибавление к сумме другой суммы

Прибавление к сумме другой суммы основано на следующем свойстве арифметических действий: *Чтобы к сумме нескольких слагаемых прибавить другую сумму, достаточно к каждому слагаемому первой суммы соответственно прибавить каждое слагаемое второй суммы и т. д. и, наконец, полученные суммы сложить.*

1. $(1224 + 2758) + (3776 + 242) = (1224 + 2758) + 3776 + 242 = 1224 + 2758 + 3776 + 242 = (1224 + 3776) + (2758 + 242) = 5000 + 3000 = 8000$.

2. $(453 + 782) + (547 + 218)$.

§ 10. ИЗМЕНЕНИЕ РАЗНОСТИ

В самом начале при изучении темы «Изменение разности» надо обратить внимание ребят на то, что уменьшаемое есть сумма вычитаемого и разности, или что уменьшаемое показывает, сколько было всего единиц, вычитаемое — сколько единиц отнято, и разность, или остаток,— сколько единиц осталось. Зависимость между компонентами при вычитании повторяется на каком-либо числовом примере: $1050 - 300 = 750$.

Первым упражнением на изменение разности может быть задача.

К началу месяца на заводе было 5800 т угля. К началу второго месяца было 5500 т угля. Расход угля каждый месяц был одинаковый — по 5370 т. В конце какого месяца осталось больше угля и на сколько тонн? Почему?

Решение задачи сводится к сравнению двух разностей при одном и том же вычитаемом. Если дети начинают решение обычным способом, выполнив три действия вычитания, не надо называть решение неверным, но необходимо выяснить более короткий способ — сравнение уменьшаемых (при равных вычитаемых) путем одного действия вычитания. При объяснении вопрос ставится конкретно. Расход угля каждый месяц одинаков. Но к началу первого месяца угля было на 300 *т* больше, следовательно, и остаток угля к концу первого месяца должен быть на 300 *т* больше. После этого дается пример на изменение разности при увеличении уменьшаемого на 1, 2 и т. д. единицы.

После сравнения остатков и уменьшаемых дети делают вывод: *Если к уменьшаемому прибавить несколько единиц, остаток увеличится на столько же единиц.*

45 — 30 = 15	47 — 30 = 17
46 — 30 = 16	48 — 30 = 18

В случае затруднений напоминается, что уменьшаемое показывает, сколько было всего единиц, если это число увеличилось на несколько единиц, а вычитаемое не изменилось, значит, в остаток должны войти все прибавленные единицы.

Подобным же образом делается вывод правила при уменьшении уменьшаемого сначала на 1, 2, потом на несколько единиц: *Если от уменьшаемого отнять несколько единиц, то остаток уменьшится на столько же единиц.*

В этом случае общее количество (сумма) единиц вычитаемого и остатка уменьшается, но вычитаемое не изменяется, следовательно, остаток должен уменьшиться на столько же единиц.

Дальше изучается изменение остатка при изменении вычитаемого. Рассматривается задача:

Чтобы осушить болото, надо вырыть две канавы по 526 *м каждая. Одна бригада вырыла* 200 *м, вторая* 250 *м. Какой бригаде осталось больше работать? На сколько метров одна бригада вырыла больше другой? Почему на* 50 *м?*

Если задача сначала решается тремя действиями, необходимо потом перейти к другому способу решения. Вопрос ставится в конкретной форме. Каждая бригада должна вырыть по 526 *м* канавы, то есть работа у них одинаковая. Но вторая бригада вырыла на 50 *м* больше, чем первая, следовательно, ей осталось рыть на 50 *м* меньше, чем первой, или, если первая бригада вырыла на 50 *м* меньше второй, значит, ей осталось рыть на 50 *м* больше, чем второй. Таким путем выясняют, что: если уменьшаемое не изменено, а вычитаемое сделали больше на несколько единиц, то остаток стал меньше на столько же единиц, или если вычитаемое сделали меньше на несколько единиц, то остаток стал больше на столько же единиц (вычитаемое больше — остаток меньше; вычитаемое меньше — остаток больше).

Изменение вычитаемого и остатка — вопрос трудный для учащихся. Поэтому надо больше обратить внимание на разбор примеров на увеличение вычитаемого на 1, 2 и т. д., тщательно разъясняя в каждом примере, что все единицы вычитаемого отнимаются от уменьшаемого; всякая единица, прибавленная к вычитаемому, должна быть отнята от уменьшаемого, в остаток не войдет, и потому остаток на эту единицу уменьшится. Конкретные случаи увеличения или уменьшения вычитаемого (например, если из имеющихся денег истратить больше, то останется меньше, если истратить меньше, то останется больше) помогают разъяснить закон изменения остатка и должны проводиться во всех затруднительных случаях. Точно так же разбираются примеры на увеличение вычитаемого на несколько единиц.

$90 - 60 = 30$; $90 - 61 = 29$; $90 - 62 = 28$; $90 - 63 = 27$.

$$180 - 50 = 130$$
$$180 - 60 = 120$$
$$180 - 70 = 110$$
$$180 - 80 = 100$$

После сравнения вычитаемых и остатков дети делают вывод: *Если к вычитаемому прибавили несколько единиц, то остаток уменьшится на столько же единиц.*

Изменение остатка при уменьшении вычитаемого объясняется аналогично. Сначала дается задача.

Одному ученику предложили вычесть 342 *из* 517, *а другому* — 310 *из* 517. *У кого получился остаток больше? На сколько единиц? Почему?*

Задача должна решаться сравнением вычитаемых при одном и том же уменьшаемом. Уменьшаемое 517 заключает в себе единицы вычитаемого и остатка. Вычитаемое второго примера меньше на 32 единицы, поэтому в остатке должно быть больше на 32 единицы. Дальше подробно разбираются примеры.

Если от вычитаемого отнимем 1, 2, ... единицы, то их не придется вычитать из уменьшаемого и остаток будет соответственно больше на 1, 2, ... единицы; следовательно, разность увеличится на столько же единиц.

$100 - 60 = 40$;	$125 - 40 = 85$
$100 - 59 = 41$;	$125 - 35 = 90$
$100 - 58 = 42$;	$125 - 30 = 95$
$100 - 57 = 43$.	$125 - 25 = 100$

Сравнив вычитаемые и остатки этих примеров, дети делают вывод: *Если от вычитаемого отнимем несколько единиц, то остаток увеличится на столько же единиц.*

Изменение остатка при одновременном изменении обоих чисел усваивается детьми труднее уже разобранных случаев. Здесь надо обратить особое внимание на тот случай, когда остаток не изменяется, если к обоим компонентам вычитания прибавляют одно и то же число или от обоих компонентов отнимают одно и то же число. Берется задача с конкретным содержанием.

* *Из колхозной хлебопекарни при ежедневной выпечке в* 100 *кг отправляли в магазин* 80 *кг, остальной хлеб брали в столовую. Когда выпечку увеличили на* 30 *кг, стали отправлять в магазин на* 30 *кг больше, остальной хлеб по-прежнему брали в столовую. Сколько хлеба брали в столовую до увеличения выпечки и после увеличения выпечки?*

Решение задачи объясняется так: 100 *кг* — это уменьшаемое, 80 *кг* — вычитаемое, количество хлеба для столовой — остаток.

Во втором случае к уменьшаемому и вычитаемому прибавили по 30 *кг*, остаток не изменился. Действительно, если увеличить только выпечку хлеба (уменьшаемое), то и остаток увеличится на 30.

$$100\ кг - 80\ кг = 20\ кг, \quad 130\ кг - 80\ кг = 50\ кг.$$

Но к вычитаемому прибавили тоже 30 *кг*, следовательно, остаток 50 *кг* должен уменьшиться на 30 *кг*, т. е. 130 *кг* — —110 *кг*=20 *кг*. Итак, остаток не изменился.

Хорошо иллюстрировать этот случай изменения компонентов вычитания (увеличение уменьшаемого и вычитаемого на одно и то же число) задачами на сравнение возраста двух людей в данный момент и через несколько лет. Пример:

* *Сестре* 30 *лет, брату* 27 *лет. Какая разница будет в их возрасте через* 10 *лет?*

Решение задачи. Возраст сестры — уменьшаемое, возраст брата — вычитаемое, 3 года — разность их лет. К уменьшаемому и вычитаемому прибавилось по 10 лет, разность не изменилась. А какая будет разность через 12 лет? Через 20 лет?

Дальше прибавление к компонентам вычитания одного и того же числа иллюстрируется на примерах:

930 — 560 = 370	или	648 — 390 = 258
960 — 560 = 400		660 — 390 = 270
960 — 590 = 370		660 — 402 = 258

Изменение остатка рассматривается последовательно при изменении уменьшаемого, потом при изменении вычитаемого. Объяснение может быть такое: при прибавлении нескольких единиц к уменьшаемому эти единицы, если вычитаемое не изменилось, должны войти в остаток. Дальше увеличиваем вычитаемое на столько же единиц (уменьшаемое берем измененное), остаток должен быть меньше на это число единиц. Поэтому остаток принимает первоначальную свою величину.

Уменьшение на одно и то же число обоих компонентов вычитания должно рассматриваться также сначала на задачах, например на задачах о разности возрастов.

* *Сестре* 30 *лет, брату* 27 *лет. А какая была разница в их возрастах* 5 *лет тому назад?* 10 *лет тому назад?* 13 *лет тому назад?*

Решение объясняется подобно приведенному выше.

Примеры: $170-90=80$; $150-90=60$; $150-70=80$ или $845-320=525$; $805-320=485$; $805-280=525$ и др.

Другие случаи одновременного изменения компонентов вычитания на несколько единиц приводятся также к последовательному изменению остатка сначала от изменения уменьшаемого, потом от изменения вычитаемого.

Разберем пример:

$375-213=162$. *К уменьшаемому прибавить* 55, *от вычитаемого отнять* 15. *Как изменится остаток?*

Объяснение решения: если к уменьшаемому прибавить 55, то остаток увеличится на 55: $430-213=217$; если теперь от вычитаемого отнять 15, то остаток еще увеличится на 15. Остаток увеличится $55+15=70$, $430-198=232$, $232-162=70$.

Объяснение можно давать без промежуточных решений.

Например: $215-183=32$. От уменьшаемого отнимем 27, остаток станет меньше на 27. От вычитаемого отнимем 60, следовательно, остаток должен увеличиться на 60, т. е. новый остаток уменьшится на 27 и увеличится на 60 единиц. Увеличение больше, чем уменьшение, на 33 $(60-27=33)$. В итоге изменения уменьшаемого и вычитаемого остаток станет больше на 33. Новый остаток равен $(32+33=65)$ 65. Проверка. $(215-27)-(183-60)=188-123=65$.

При рассмотрении изменений обоих компонентов вычитания могут быть следующие случаи:

1. *К уменьшаемому и вычитаемому прибавляют по нескольку единиц, причем к уменьшаемому больше, чем к вычитаемому. Остаток увеличится на разность прибавляемых чисел.*

$$170-25=145.$$

$$(170+30)-(25+10)=145+(30-10)=165.$$

Проверка. $200-35=165$.

2. *К обоим членам вычитания прибавляют по нескольку единиц, но к уменьшаемому меньше, чем к вычитае-*

мому. Остаток уменьшается на разность прибавляемых чисел.

$$(170 + 15) - (25 + 45) = 145 - (45 - 15) = 115.$$

П р о в е р к а: 185—70=115.

3. *От уменьшаемого и вычитаемого отнимают по нескольку единиц, но от уменьшаемого отнимают больше, чем от вычитаемого. Остаток уменьшается на разность отнимаемых чисел.*

$170 - 25 = 145$; $(170 - 50) - (25 - 15) = 145 - 35 = 110$;
$120 - 10 = 110$; $50 - 15 = 35$ и $145 - 35 = 110$.

4. *От обоих компонентов вычитания вычитают по нескольку единиц, но от уменьшаемого меньше, чем от вычитаемого. Остаток увеличивается на разность отнимаемых чисел.*

$$170 - 25 = 145.$$

$$(170 - 15) - (25 - 20) = 145 + (20 - 15).$$

5. *К уменьшаемому прибавляют, от вычитаемого отнимают. Остаток увеличивается на сумму чисел: прибавляемого и отнимаемого.*

$$150 - 115 = 35$$

$$(150 + 30) - (115 - 15) = 35 + (30 + 15)$$

$$180 - 100 = 80;\ 30 + 15 = 45;\ 35 + 45 = 80.$$

6. *От уменьшаемого отнимают, к вычитаемому прибавляют. Остаток уменьшается на сумму чисел: отнимаемого и прибавляемого.*

$$220 - 130 = 90$$

$$(220 - 20) - (130 + 10) = 90 - (20 + 10)$$

$$200 - 140 = 60;\ 20 + 10 = 30;\ 90 - 30 = 60.$$

Выводы относительно изменения остатка применяются при решении задач, примеров, составлении задач учащимися, в которых определяют:

1) изменения остатка по данным изменениям уменьшаемого и вычитаемого,

2) измененную разность по первоначальной разности и изменениям уменьшаемого и вычитаемого,

3) изменения, которые нужно сделать в уменьшаемом и вычитаемом, чтобы получилось желаемое изменение в разности,

4) изменения остатка в особых приемах устного счета.

Разберем некоторые задачи и примеры.

1. Как изменится остаток, если к уменьшаемому прибавить 100, *от вычитаемого отнять* 20?

Решение. Если к уменьшаемому прибавить 100, к остатку также прибавится 100, когда от вычитаемого отнимем 20, измененный остаток станет больше еще на 20, итого (100+20) 120 — таково увеличение остатка.

* *Ученик из некоторого числа вычитал* 175 *и получил в остатке* 280. *Сколько получил в остатке другой ученик, если от такого же числа он вычитал* 200?

Решение. Уменьшаемые обоих примеров равны, но вычитаемое у второго ученика больше на 25 (200 — 175), потому и остаток должен быть меньше на 25. Остаток будет равен (280 — 25 = 255) 255.

2. В примере на вычитание получена разность 405. *Какая будет разность, если в уменьшаемом цифру сотен* 6 *заменить цифрой* 5 *и в вычитаемом цифру десятков* 9 *заменить цифрой* 8?

Решение. Измененное уменьшаемое на 100 единиц меньше, измененное вычитаемое на 10 единиц меньше. Следовательно, разность должна уменьшиться на 100 единиц и увеличиться на 10 единиц. В итоге разность уменьшится на 90 единиц и будет равняться 315.

3. К уменьшаемому прибавить 200 *единиц, остаток же увеличить на* 140. *Как надо изменить вычитаемое?*

К уменьшаемому прибавили 200, остаток увеличился на 200, от изменения вычитаемого он уменьшился на (200—140=60) 60; значит, вычитаемое увеличили на 60.

* *Вычитаемое увеличено на* 50; *остаток увеличен на* 10. *Как изменено уменьшаемое?*

Вычитаемое увеличено на 50, остаток должен уменьшиться на 50, а он увеличился на 10; следовательно, уменьшаемое увеличено и на 50, и на 10, т. е. на (50+ +10 = 60) 60 (если бы уменьшаемое увеличить на 50, то остаток был бы равен первоначальной величине, но его надо увеличить еще на 10, а всего на 60).

4. Изменение остатка в зависимости от изменения уменьшаемого и вычитаемого изучается в особых приемах устного счета.

Задача. *В кассе 720 руб., из которых надо выдать 399 руб. Сколько денег останется в кассе?*

1-е решение. 720 руб. — 399 руб. = 720 руб. — 400 руб. + 1 руб. = 321 руб. Объяснение: кассир выдает 400 руб., но 1 руб. получает обратно.

$$720 - 399 = (720 - 400) + 1 = 321.$$

Здесь вычитаемое 399 увеличено на 1, получившийся остаток 320 уменьшился на 1, потому увеличиваем его на 1.

2-е решение. Если бы кассир сначала взял сдачу 1 руб., то у него составилось бы 721 руб., из которых нужно отдать 400 руб. Здесь уменьшаемое и вычитаемое увеличивается на 1 руб., остаток не изменился.

$$(720 + 1) - (399 + 1) = 721 - 400 = 321.$$

$$(4251 + 2) - (1998 + 2) = 4253 - 2000 = 2253.$$

Объяснение такое же.

* $8348 - 2006 = (8348 - 2000) - 6 = 6348 - 6 = 6342$.

Вычитаемое уменьшаем на 6 (2000 вместо 2006), остаток увеличиваем на 6, потому делаем поправку: $6348 - 6 = 6342$.

В вышеразобранных примерах делается округление вычитаемого.

* $3997 - 480 = 4000 - 480 - 3 = 3520 - 3 = 3517$.
* $5999 - 3845 = 6000 - 3845 - 1 = 2155 - 1 = 2154$.

В этих случаях упрощаем вычисления, делаем округления уменьшаемого. При увеличении уменьшаемого на несколько единиц (на 3, на 1) остаток увеличивается на столько же единиц, поэтому делаем поправку, уменьшая остаток (на 3, на 1).

Примеры и задачи

1. Что сделается с разностью, если уменьшаемое увеличить на 168, а вычитаемое уменьшить на 253?

2. Как изменится разность, если уменьшаемое уменьшить на 277, а вычитаемое увеличить на 135?

3. Как изменится разность, если к уменьшаемому и вычитаемому прибавить по 198?

4. Как изменится разность, если к уменьшаемому прибавить 394, а к вычитаемому 301?

5. Что сделается с разностью, если от уменьшаемого отнять 317, а от вычитаемого 98?

6. Что сделается с разностью, если от уменьшаемого отнять 498, а от вычитаемого 542?

7. Что сделается с разностью, если к уменьшаемому прибавить, а от вычитаемого отнять 198?

8. Что сделается с разностью, если от уменьшаемого отнять, а к вычитаемому прибавить 299?

9. Условия примеров на изменение разности можно записывать кратко в виде таблицы 2 (см. § 9 «Изменение суммы»).

Таблица 2

Уменьшаемое	Вычитаемое	Разность
+ 11	— 3	?
?	+ 15	— 1
— 4	?	0

а) Здесь в первой строчке записан пример: уменьшаемое увеличено на 11, вычитаемое уменьшено на 3. Как изменилась разность?

б) Во второй строчке: вычитаемое увеличено на 15. Что надо сделать с уменьшаемым, чтобы разность уменьшилась на 1?

в) Уменьшаемое уменьшено на 4. Что надо сделать с вычитаемым, чтобы разность не изменилась?

10. В огороде, площадь которого 60 *а*, были посажены картофель, лук и морковь, в другом огороде под картофелем было на 10 *а* больше, чем, в первом, а под луком и морковью на 8 *а* меньше, чем в первом. Какую площадь занимал второй огород?

11. В семье взрослых меньше, чем девочек, на одного человека, и больше, чем мальчиков, на 3 человека. На сколько в семье девочек больше, чем мальчиков?

12. На столе тарелок на 5 штук больше, чем стаканов, а чашек на 4 штуки меньше, чем тарелок. Чего на столе больше: чашек или стаканов и на сколько?

13. Плата за квартиру на 3 руб. больше платы за газ, а плата за электричество на 2 руб. меньше платы за квартиру. Что больше: плата за газ или за электричество и на сколько?

14. Среди молодежи колхоза участников спортивного кружка на 13 больше, чем участников драматического кружка, и на 21 меньше, чем участников хорового кружка. В каком кружке больше участников — в хоровом или в драматическом — и на сколько человек?

15. В саду вишневых деревьев больше, чем грушевых, на 30 и меньше, чем яблонь, на 40. Каких деревьев больше — яблонь или груш — и на сколько?

16. Отец старше матери на 3 года и старше дочери на 26 лет. На сколько лет дочь моложе матери?

17. В огороде гряд с морковью на 10 штук больше, чем с редисом, и на 11 штук меньше, чем с огурцами. Каких гряд в огороде больше: с огурцами или с редисом и на сколько гряд?

18. Ученик купил тетради в клетку и в линейку, причем тетрадей в клетку он купил на 25 больше, чем тетрадей в линейку. Сколько надо израсходовать тетрадей в клетку, чтобы их осталось на 10 меньше, чем тетрадей в линейку?

19. На первой полке на 23 книги больше, чем на второй. Как изменится разность между числом книг на полках, если с первой переложить на вторую 11 книг?

20. В двух мешках лежат яблоки; в первом мешке на 70 яблок больше, чем во втором. В каком мешке яблок будет больше и на сколько, если переложить из первого мешка во второй 45 яблок?

21. На этажерке лежало на 53 книги больше, чем в шкафу. Сколько книг надо переложить с этажерки в шкаф, чтобы на этажерке было на 13 книг меньше, чем в шкафу?

22. В одном баке на 16 *л* керосина больше, чем в другом. Что надо сделать: 1) чтобы в первом баке стало больше, чем во втором на 20 *л*?

2) чтобы в первом баке стало больше на 10 *л*?

3) чтобы в первом баке стало меньше на 4 *л*?

4) чтобы в первом баке стало меньше на 20 *л*?

23. К концу недели в магазине осталось 25 *кг* сушеных грибов II сорта. Сколько осталось в магазине сушеных грибов I сорта, если в начале недели их было на 15 *кг* меньше и продали их на 15 *кг* меньше, чем грибов II сорта?

24. Трактористу осталось убрать на его участке 14 *га*. Сколько осталось убрать другому трактористу, если его участок был больше на 3 *га* и убрал он больше на 3 *га*, чем первый?

25. На одном заводе на 235 рабочих больше, чем на другом. На первый завод приняли еще 178 рабочих, на второй 345. На сколько рабочих больше работает теперь на первом заводе?

26. В совхозном стаде овец больше, чем коров, на 578 голов, прикупили 350 овец и 200 коров. На сколько голов овец стало больше, чем коров?

27. В одном баке на 250 *л* керосина меньше, чем в другом. Из второго бака перелили в первый 125 *л*. В каком баке стало больше керосина и на сколько?

28. В одной коробке на 400 *г* меньше конфет, чем в другой. Сколько конфет надо переложить из второй в первую, чтобы: а) в обеих стало поровну? б) чтобы в первой стало на 100 *г* больше, чем во второй?

29. Два тракториста обрабатывали пашню. Одному из них осталось обработать 350 *га* пашни. Сколько гектаров пашни осталось обработать второму трактористу: 1) если он обработал на 30 *га* меньше первого, а его пашня была на 40 *га* больше? 2) если он обработал на 45 *га* меньше первого, а его пашня была на 28 *га* больше? 3) если он обработал на 13 *га* больше первого, а его пашня была на 21 *га* меньше? 4) если он обработал на 32 *га* больше первого, а его пашня была на 14 *га* меньше?

30. Из суммы, отпущенной на постройку дачи, осталось после постройки 275 рублей. На постройку другой дачи было отпущено на 1785 рублей больше, а после постройки осталось 3265 рублей. На сколько дороже обошлась постройка первой дачи?

31. В одном городе 65 000 жителей, а в другом 40 000. Население первого города возрастает ежегодно на 4000 человек, а население второго — на 6500 человек. Через сколько лет население обоих городов уравняется?

32. В одном мешке на 1 *кг* 500 *г* больше сахара, чем в другом мешке. а) Во второй мешок прибавили 2 *кг*. В каком мешке стало больше и на сколько? б) Из первого мешка отсыпали 3 *кг*, во второй прибавили 2 *кг*. На сколько больше сахара стало во втором мешке?

33. Один овощной магазин получил с базы больше на 500 *кг* овощей, чем другой магазин. Первый магазин продал за день 1 *т* 300 *кг* овощей, второй 1 *т* 100 *кг*. На сколько больше овощей осталось к концу дня в первом магазине?

34. В магазине были яблоки и 210 *кг* мандаринов. За день мандаринов было продано на 20 *кг* 500 *г* больше, чем яблок, а осталось их к концу дня на 50 *кг* 500 *г* меньше, чем яблок. Сколько яблок было в магазине сначала?

35. Составить задачу на вычитание числа 387 из числа 529. Изменить условие задачи так, чтобы: 1) уменьшаемое и вычитаемое увеличить на 13; 2) уменьшаемое увеличить на 70, а вычитаемое уменьшить на 70; 3) разность (или остаток) уменьшить на 40 (два способа).

Изменение суммы и разности в зависимости от изменения компонентов применяется при решении типовых задач, требующих деления чисел на 2 или на несколько частей, разностные отношения которых даны (нахождение неизвестных чисел по сумме и разности).

36. Когда из ящика переложили в корзину 30 яиц, то в корзине оказалось на 10 яиц больше, чем в ящике. На сколько яиц в ящике первоначально было больше, чем в корзине?

37. В колхозе имеются два смежных участка: болотистый и пахотный. После того как осушили 600 *кв. м* болотистого участка и присоединили к пахотному, пахотный участок оказался на 140 *кв. м* больше болотистого. На сколько квадратных метров болотистый участок был больше пахотного?

38. Два садовода-любителя купили 300 штук цветочной рассады и заплатили поровну. Один в своем саду посадил на 40 штук рассады меньше, чем второй садовод, и поэтому он получил со второго садовода 1 руб. 60 коп. Сколько стоил десяток рассады?

39. В библиотеке были немецкие и английские книги.

1) Если бы вместо 80 немецких книг было столько же английских книг, то все же немецких осталось бы на 20 книг больше, чем английских. На сколько больше немецких книг в библиотеке?

2) Если бы вместо 110 немецких книг было 110 английских книг, то каких бы книг было больше и на сколько?

3) Составить похожие задачи, изменяя число немецких или английских книг и не изменяя общего числа книг.

40. При постройке железной дороги сделаны 3 тоннеля. Длина первого и второго тоннелей составляет 1440 *м*, длина первого и третьего 1350 *м*, длина второго и третьего тоннелей — 1520 *м*. Найти длину каждого тоннеля.

41. Благодаря применению искусственных материалов для обуви ежегодно сберегается 27 млн. шкур крупного и мелкого рогатого скота, причем шкур мелкого рогатого скота сберегается на 17 млн. меньше, чем шкур крупного рогатого скота. Поставить вопрос.

42. Четыре летчика малой авиации обработали с самолета 119 000 *га* колхозных полей. Первый летчик обработал на 1000 *га* больше второго, третий и четвертый летчики обработали поровну, но вместе они обработали с воздуха на 31 000 *га* меньше, чем первые два летчика. Сколько гектаров колхозных полей обработал каждый летчик?

43. За первое полугодие 1965 года по СССР автомобилей, тракторов и мотоциклов с мотороллерами произведено всего 837 тысяч штук. При этом мотоциклов и мотороллеров выпустили на 62 тыс. штук больше, чем автомобилей, а автомобилей на 130 тыс. больше, чем тракторов. Сколько штук каждого вида транспорта произведено по Союзу за полугодие?

44. За первое полугодие 1965 года по СССР произведено 3617 млн. кв. метров ткани. При этом хлопчатобумажной ткани произведено на 1823 млн. *кв. м* больше, чем шерстяной, льняной и шелковой ткани. Шерстяной ткани произведено на 52 млн. *кв. м* меньше, а шелковой на 133 млн. *кв. м* больше, чем льняной. Сколько каждой ткани произведено по Союзу за первое полугодие 1965 года?

В существующей программе по арифметике для младших классов школы предлагается изучать зависимость между компонентами и результатами действий. Свойства суммы и разности записаны в проекте программы школы с трехгодичным сроком обучения. В практике работы школы эти свойства находят применение на уроках и на внеклассных занятиях при изучении целых чисел. Поэтому мы приводим примеры на свойства суммы и разности, которые можно использовать при изучении арифметики.

I. Перестановка компонентов сложения и вычитания

А. *1)* $5687 + 579 - 687 = 5000 + 579 = 5579$.

2) $7235 + 697 - 235 = 7235 - 235 + 235 + 697 - 235 = 7235 - 235 + (235 + 697) - 235 = 7235 - 235 + (697 + 235) - 235 =$

$= 7235 - 235 + 697 + 235 - 235 = 7235 - 235 + 697 = 7000 + 697 = 7697$.

3) $8495 + 572 - 495$.

Б. 1) $727 - 484 - 127 = 600 - 484 = 116$.

2) $2475 - 592 - 142 = 2475 - 142 + 142 - 592 - 142 = 2475 - 142 - 592 + 142 - 142 = 2475 - 142 - 592 = 2333 - 592 = 1741$.

3) $3561 - 672 - 561$.

II. Прибавление к числу разности

А. 1) $642 + (358 - 269) = 1000 - 269 = 731$.

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы к данному числу прибавить разность двух других чисел, достаточно к данному числу прибавить уменьшаемое и вычесть вычитаемое.*

2) $6420 + (3580 - 1736) = 6420 + 3580 - 1736 = (6420 + 3580) - 1736 = 10\,000 - 1736 = 8864$.

3) $8425 + (1575 - 4798)$.

Б. 1) $548 + (629 - 348) = 200 + 629$.

При решении подобных примеров применяется свойство арифметических действий: *Чтобы к данному числу прибавить разность двух других чисел, достаточно из данного числа вычесть вычитаемое и прибавить уменьшаемое.*

2) $372 + (459 - 272) = 372 + 459 - 272 = 372 - 272 + 459 = (372 - 272) + 459 = 100 + 459 = 559$.

3) $1268 + (547 - 268)$.

III. Вычитание из числа суммы

1) $847 - (147 + 278) = 700 - 278 = 422$.

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы из данного числа вычесть сумму, достаточно вычесть из него каждое слагаемое одно за другим.*

2) $1548 - (629 + 348) = 1548 - 629 - 348 = 1548 - 348 - 629 = 1200 - 629 = 571$.

3) $847 - (147 + 288)$.

IV. Вычитание из числа разности

А. 1) $912 - (212 - 137) = 700 + 137 = 837$.

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы из данного числа вычесть разность двух чисел, достаточно вычесть уменьшаемое и прибавить вычитаемое.*

2) $6120 - (2120 - 382) = 6120 - 2120 + 382 = (6120 - 2120) + 382 = 4000 + 382 = 4382$.

3) $3742 - (1742 - 2678)$.

Б. 1) $827 - (368 - 173) = 1000 - 368 = 632$.

Таким образом, чтобы из данного числа вычесть разность, достаточно к этому числу прибавить вычитаемое и отнять уменьшаемое, так как в арифметике нельзя из меньшего числа вычитать большее число, то в случае, если уменьшаемое будет больше данного числа, из которого вычитается разность двух чисел, применять необходимо второй прием вычитания из числа разности, во всех остальных случаях выбираем то правило вычитания из числа разности, которое дает более быстрые и простые вычисления.

2) $2354 - (965 - 1246) = 2354 - 965 + 1246 = 2354 + 1246 - 965 = (2354 + 1246) - 965 = 3600 - 965 = 2635$.

V. Вычитание из суммы числа

1) $(357 + 476) - 257 = 100 + 476 = 576$.

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы из суммы нескольких чисел вычесть какое-нибудь число, достаточно вычесть его из одного (больше этого числа или равного ему) слагаемого данной суммы.*

2) $(527 + 486) - 227 = 527 + 486 - 227 = 527 - 227 + 486 = (527 - 227) + 486 = 300 + 486 = 786$.

3) $(735 + 268) - 435$.

VI. Вычитание из разности числа

А. 1) $(826 - 438) - 126 = 700 - 438 = 262$.

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы из разности вычесть какое-нибудь число, достаточно из уменьшаемого вычесть данное число и из полученного числа вычесть вычитаемое.*

2) $(4317 - 1928) - 317 = 4317 - 1928 - 317 = (4317 - 317) - 1928 = 4000 - 1928 = 2072$.

3) $(5739 - 897) - 739$.

Б. 1) $(732 - 453) - 247 = 732 - 453 - 247 = 732 - (453 + 247)$ (сочетательное свойство) $= 732 - 700$ (сложение чисел) $= 32$ (вычитание).

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы из разности вычесть какое-нибудь число, достаточно данное число прибавить к вычитаемому и полученное число вычесть из уменьшаемого.*

2) $(5243 - 1354) - 1646 = 5243 - 1354 - 1646 = 5243 - (1354 + 1646) = 5243 - 3000 = 2243$.

VII. Вычитание из суммы другой суммы

1) $(343 + 674) - (243 + 324) = 100 + 350 = 450$.

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы из суммы нескольких слагаемых вычесть другую сумму, достаточно из отдельных слагаемых первой суммы вычесть меньшие или равные им по величине слагаемые второй суммы, а результаты этих вычитаний сложить.*

2) $(743 + 678) - (543 + 328) = (743 + 678) - 543 - 328 = 743 + 678 - 543 - 328 = 743 - 543 + 678 - 328 = (743 - 543) + (678 - 328) = 200 + 350 = 550$.

3) $(965 + 987) - (765 + 813)$.

§ 11. ИЗМЕНЕНИЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ

Изменение произведения может происходить от изменения сомножителей путем сложения, вычитания, умножения, деления. Начнем с изменения произведения путем прибавления к одному из сомножителей нескольких единиц.

1. Изменение произведения от **прибавления к множителю** и **от вычитания** из множителя **нескольких единиц**.

Начнем с задачи. *Карандаш стоит 8 коп. Сколько стоят 5 карандашей?*

А если купить не 5, а 6 карандашей?

Запишем решения: 8 коп.$\times$5=40 коп.

$$8 \text{ коп.} \times 6 = 48 \text{ коп.}$$

Сравнив множимые, множители и произведения, ученики видят, что второе произведение увеличилось на 8, т. е. на одно множимое, потому что к множителю прибавили 1. Результат сравнения можно разъяснить указанием на то, что оба произведения представляют суммы равных слагаемых, но только во второй сумме одним слагаемым больше.

$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 40$$
$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 48$$

После этого к множителю прибавляют несколько единиц, например: *Сколько стоили бы 9 карандашей по 8 коп.?*

Результат находят, вычислив сумму не 5-ти, а 9-ти равных слагаемых.

$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 72$$

Сравнив новое произведение с первоначальным, устанавливают, что новое произведение больше первоначального на 32, или на 8$\times$4, так как в последней сумме на 4 слагаемых больше, чем в первой.

Разбираются и другие примеры:

$$14 \times 3 = 42 \quad 14 + 14 + 14 = 42$$
$$14 \times 4 = 56 \quad 14 + 14 + 14 + 14 = 56$$
$$14 \times 8 = 112 \quad 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 + 14 = 112$$

Умножение заменяют сложением равных слагаемых.

Учащиеся сравнивают суммы и устанавливают, почему вторая сумма больше первой на 14 и третья больше первой на 14$\times$5=70.

Решают примеры: $12 \times 3 = 36$

$$12 \times 4 = 48$$

$$12 \times 7 = 84$$

Сравнивая результаты, ученики объясняют, какое увеличение произошло в результатах и почему именно такое.

Закон изменения произведения путем изменения множителя сложением можно формулировать так: *Если множитель увеличить на несколько единиц, то произведение увеличится на число этих единиц, умноженных на множимое.*

Учащиеся могут объяснить увеличение произведения, указав на увеличение числа равных слагаемых.

Таким же путем разбираются задачи и примеры на уменьшение множителя на 1 или несколько единиц. Можно, например, предложить учащимся придумать задачу, в которой надо было бы 60 умножить на 5, и потом изменить ее так, чтобы 60 множилось на 4. Какое произведение меньше? Почему?

Из примеров, где от множителя отнимают 2, 3, 4, ..., делается соответствующий вывод об уменьшении произведения при уменьшении множителя на несколько единиц.

2. Изменение произведения от изменения множимого на 1 или несколько единиц.

Задача. *Ручка стоит 7 коп. Сколько стоят 5 ручек?*

$$7 \text{ коп.} \times 5 = 35 \text{ коп.}$$

А если бы каждая ручка была на 1 коп. дороже, сколько стоили бы 5 ручек?

$$8 \text{ коп.} \times 5 = 40 \text{ коп.}$$

Объяснение может быть таким. Заменим умножение сложением: $7+7+7+7+7=35$; прибавим к каждому слагаемому по 1, к сумме $8+8+8+8+8=40$, т. е. к произведению прибавилось столько единиц, сколько было слагаемых, т. е. 5, или произведение увеличилось на число, равное множителю.

Сколько стоили бы 5 ручек, если бы каждая была дороже на 3 коп.?

Записываем решение путем сложения: $11+11+11+$ $+11+11=55$. К каждому слагаемому прибавилось 3, к сумме, т. е. к произведению, прибавилось столько раз по 3, сколько было слагаемых, т. е. 3×5, или 3, умноженное на множитель.

Разбираются еще примеры:

Дано: $2\times7=14$

$3\times7=21$ (произведение увеличилось на 7)

$5\times7=35$ (произведение увеличилось на [$3\times7=$ $=21$] 21)

В случае затруднения делают замену умножения сложением:

$$2+2+2+2+2+2+2=14$$

$$3+3+3+3+3+3+3=21$$

$$5+5+5+5+5+5+5=35$$

Этот закон изменения произведения можно формулировать так: *Если множимое увеличить на несколько единиц, то произведение увеличится на число этих единиц, умноженных на множитель.*

Дети сумеют объяснить увеличение произведения увеличением каждого из равных слагаемых на одно и то же число, в результате чего это число повторяется столько раз, сколько было слагаемых, т. е. сколько единиц во множителе.

Точно так же проводится объяснение уменьшения произведения вследствие уменьшения множимого на несколько единиц.

Вследствие того, что множимое и множитель являются равносильными сомножителями, оба случая изменения (множителя и множимого) можно соединить в одной формулировке: *Если один из сомножителей увеличим (уменьшим) на какое-нибудь число, то произведение увеличится (уменьшится) на это число, умноженное на другой сомножитель.*

3. Изменение произведения от умножения одного из сомножителей на некоторое число.

Начинаем с задачи: *В книжный магазин доставили из типографии сначала 8 пачек книг по 25 штук в каждой, потом еще 8 таких же пачек и, наконец, еще 8 та-*

ких же пачек. Сколько книг доставлено в первый раз? Сколько книг доставлено в первые два раза? Во все три раза?

Чтобы определить число книг, доставленных в первый раз, надо 25 умножить на 8 (результат 200); для определения числа книг, доставленных в первые два раза, можно или 25 умножить на 16, или сложить 200 и 200; для определения числа книг, доставленных во все три раза, можно 25 умножить на 24, или сложить $200+200+$ $+200$. Получаются три произведения: $25\times8=200$; $25\times$ $\times16=200+200=400$; $25\times24=200+200+200=600$, самое образование которых показывает, что от умножения множителя на 2 произведение умножается на 2, что от умножения множителя на 3 произведение умножается на 3. Этот вывод применяется на примерах, причем учащиеся не только определяют изменение произведения, но и объясняют его.

Берем пример: 50×6, а 6 увеличим в 4 раза. Если вместо множителя 6 возьмем 6, повторенное 4 раза, то к 6 прибавляем $6+6+6$. Но при умножении 50 на $6+$ $+6+6+6$ к начальному произведению $50\times6=300$ прибавится еще $50\times6+50\times6+50\times6$, или $300+300+300$. Итак, произведение $50\times(6\times4)=300+300+300+300$, т. е. $(50\times6)\times4$. Иначе: так как $50\times6=300$, то от каждого прибавления к множителю 6 к произведению каждый раз прибавляется 6 раз по 50, т. е. 300; когда к множителю прибавили 3 раза по 6, то к произведению прибавится 3 раза по 300, да в нем было 300, и потому в нем будет 4 раза по 300, т. е. оно умножится на 4.

Разберем еще один пример. В произведении 15×3 увеличим множитель в 2 раза. Сделаем вывод, что произведение тоже увеличится в 2 раза. Действительно: умножение 15×3 есть сложение трех равных слагаемых: $15+15+15=45$. Тогда как умножение 15×6 есть нахождение суммы 6-ти таких же слагаемых: $15+15+15+$ $+15+15+15$, а эта сумма больше первой в 2 раза.

Увеличение множителя в несколько раз следует проработать графически, с помощью прямоугольника. На рисунке 5 — прямоугольник, длина которого 5 единиц, ширина 2 единицы, площадь его $5\times$ $\times2=10$ *(кв. ед.)*. Не изменяя длины, увеличим ширину до 4 единиц. Площадь нового прямоугольника равна $5\times4=20$ *(кв. ед.)*.

Задаются вопросы: Какова длина первого прямоугольника? Какова его ширина? Какова площадь? Задаются те же вопросы относительно второго прямоугольника. Во сколько раз ширина второго прямоугольника

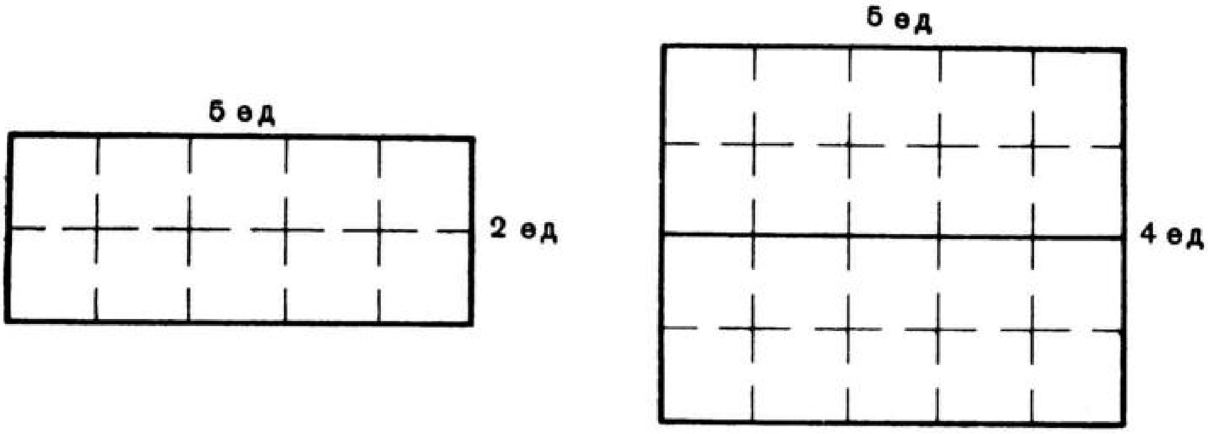


Рис. 5

больше ширины первого прямоугольника? Во сколько раз площадь второго больше, чем площадь первого прямоугольника? Ответьте на вопросы, глядя на рисунок 5.

Из всего разобранного материала делается вывод: *Если множитель увеличить в несколько раз, произведение увеличится во столько же раз.*

4. Изменение произведения от умножения множимого на некоторое число.

Это изменение лучше объяснить детям графически, с помощью прямоугольника (рис. 6).

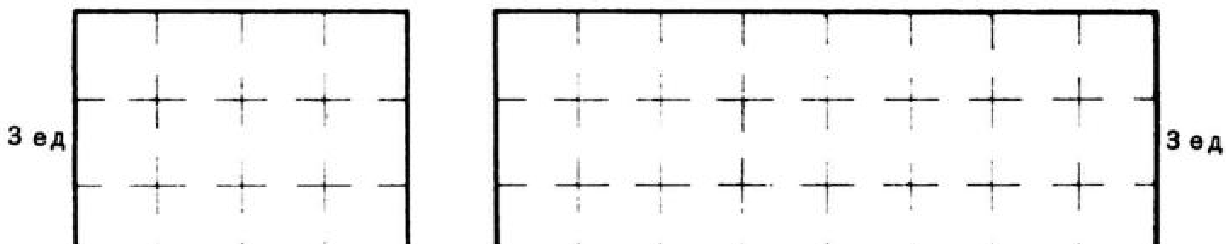


Рис. 6

На рисунке 2 прямоугольника с одинаковой высотой (3 *ед.*), но различными основаниями (4 и 8 *ед.*). Под руководством учителя дети сравнивают длину, ширину и площади прямоугольников. Площадь первого равна $4\times3=12$ (*кв. ед.*). Площадь второго равна $8\times3=$ $=24$ (*кв. ед.*).

Множимое 8 больше 4-х в два раза, и произведение 24 больше 12 в два раза, что видно и на рисунке.

Дальше разбираем задачу:

Скорость велосипедиста 15 км в час, скорость автомобиля 60 км в час. Какое расстояние проехал велосипедист за 3 часа? Какое расстояние проехал автомобиль за 3 часа? Во сколько раз автомобиль проедет больше, чем велосипедист? Почему в 4 раза?

Решение запишем так:

$15\times3=45$ (*км*); $60\times3=180$ (*км*); 180 *км* : 45 *км*$=4$.

Дети сравнивают множимые и произведения и делают вывод: если множимое увеличить в 4 раза, произведение увеличится в 4 раза.

Разбирается пример: $30\times3=90$. Увеличим множимое в 2 раза: $60\times3=180$. Произведение увеличилось в 2 раза.

Действительно, первое и второе произведения можно заменить суммой трех равных слагаемых: $30+30+30=$ $=90$. Второе произведение $60+60+60=180$, но здесь каждое слагаемое в два раза больше, чем слагаемое первой суммы, т. е. 2-е произведение больше 1-го произведения в два раза.

Из разобранных задач и примеров делается вывод: *Если множитель увеличить в несколько раз, то произведение увеличится во столько же раз.*

Выводы относительно увеличения произведения при увеличении множимого и множителя можно объединить: *Если один сомножитель увеличить в несколько раз, то произведение увеличится во столько же раз.*

5. Изменение произведения путем деления одного из сомножителей.

Это изменение произведения можно формулировать так: если сомножитель уменьшить в несколько раз, то произведение уменьшится во столько же раз.

Разбор этого вопроса ведется так же, как изменение произведения от уменьшения одного из сомножителей. Лучше начать с графической иллюстрации вопроса на прямоугольниках, потом разбираются задачи и записи примеров на отвлеченных числах. Числовые примеры ограничиваются случаями, когда данный сомножитель делится нацело на целое число.

6. Изменение произведения от изменения обоих сомножителей.

Изменения произведения при одновременных изменениях сомножителей легко понимаются детьми, если требуется найти измененное произведение. Если же требуется определить, как изменится произведение при данных изменениях сомножителей, то в большей части случаев дети ошибаются, полагая, что при умножении множимого на одно число и множителя на другое произведение умножается на сумму этих чисел; что при делении каждого сомножителя произведение разделится на сумму делителей; что при умножении одного сомножителя на какое-нибудь число и при делении другого сомножителя на другое число произведение умножится или разделится на разность этих чисел. Исправить эти ошибки, исходя из понятия об умножении, для детей трудно; более понятным для них является сопоставление измененных произведений с начальными.

Так, взяв пример: $20\times10=200$, и найдя, во что обратится произведение 200, когда множимое умножится на 3, множитель на 5, дети из сравнения полученного произведения $3000\,(60\times50)$ с начальным 200 смогут вывести, что начальное произведение умножилось на 15, т. е. на произведение 3×5, а не на сумму $3+5=8$.

Чтобы подготовить учащихся к изменению произведения от одновременного изменения сомножителей, можно предложить примеры следующего характера:

* *Возьмем линию определенной длины, например в 5 см, изобразим ее одной клеткой* (рис. 7), *потом увеличим в три раза, что получится? Увеличим в два раза полученный результат. Во сколько раз увеличилась длина линии?*

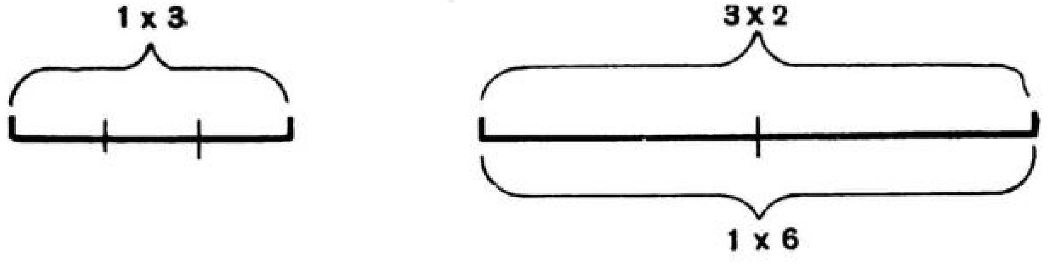


Рис. 7

Произведение 5×3, это $5+5+5$; увеличим его в два раза, получим $(5+5+5)+(5+5+5)$.

Вычисление: $5\times3=15$, $15\times2=30$, $30:5=6$, ответ: в 6 раз.

* *Возьмем линию определенной длины, например в* 60 *см. Изобразим ее, например,* 10-*ю клетками, уменьшим эту линию в* 5 *раз, уменьшим в* 2 *раза. Во сколько раз уменьшилась линия?* (Рис. 8.)

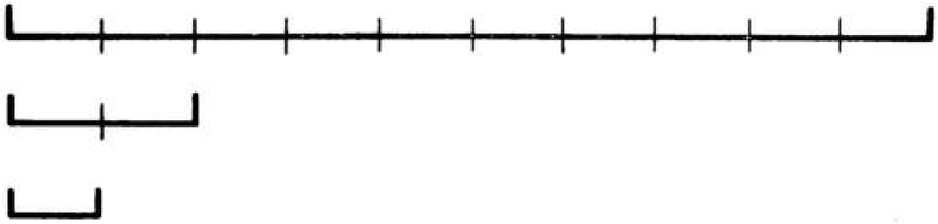


Рис. 8

Ответ: уменьшилась в 10 раз.

* Вычисли: 60 уменьшить в 5 раз; что получится, уменьшить в 2 раза. $60:5=12$; $12:2=6$; $60:6=10$.

* Возьми линию определенной длины, например 5 *см*. Изобрази ее одной клеткой, потом увеличь ее в 12 раз; то, что получится, уменьши в 4 раза. Как изменилась длина линии? (Рис. 9.)

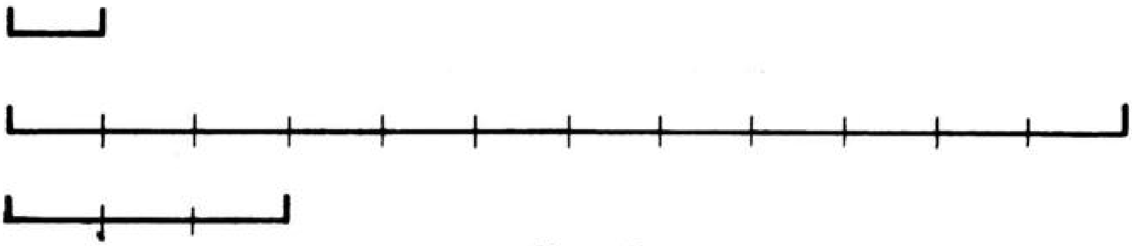


Рис. 9

Увеличилась в 3 раза. Сосчитай: 5 увеличить в 12 раз, что получилось? $5\times12=60$. Уменьшить в 4 раза. $60:4=$ $=15$; во сколько раз больше длина линии? $15:5=3$ или $5\times12=5+5+5+5+5+5+5+5+5+5+5+5=60$. Эти 12 равных слагаемых делим на 4, получаем 3 равных слагаемых.

* Возьми линию определенной длины, например 60 *см*. Уменьши ее в 20 раз, то, что получится, увеличь в 4 раза. Как изменится длина линии?

Изобрази 60 *см*, хотя бы 10-ю клетками. Сосчитай: 60 уменьшить в 20 раз, то, что получится, увеличить в 4 раза.

$(60:20)\times4=12$; $60:12=5$. Здесь 20-я часть числа берется 4 раза, а $\frac{4}{20}$ — это $\frac{1}{5}$ числа.

Если оба сомножителя изменяются одновременно, то произведение иногда увеличивается, иногда уменьшается или остается без перемены. Чтобы определить заранее, что сделается с произведением при одновременном изменении обоих сомножителей, следует предположить, что сначала изменяется только множимое, потом новое измененное произведение опять изменяется от изменения множителя.

Рассмотрим четыре случая одновременного изменения сомножителей.

а) Увеличиваем в несколько раз и множимое и множитель.

Этот случай иллюстрируется рисунками. Берутся два прямоугольника: один с размерами 3 *ед.* и 2 *ед.*, длина другого больше в 3 раза, ширина в 2 раза. Сравним длину, ширину и площади двух прямоугольников (рис. 10). Учащиеся видят, что если длину увеличить в 3, а ширину в 2 раза, то площадь увеличится в 6 раз.

Дальше разбираются задачи и примеры:

* *Пешеход шел два часа со скоростью 5 км в час, а велосипедист ехал в 4 раза дольше, скорость же его в 3 раза больше. Во сколько раз расстояние, сделанное велосипедистом, больше, чем расстояние, пройденное пешеходом?*

Решение. $5 \times 2 = 10$ $15 \times 8 = 120$

$15 \times 2 = 30$ $120 : 10 = 12$

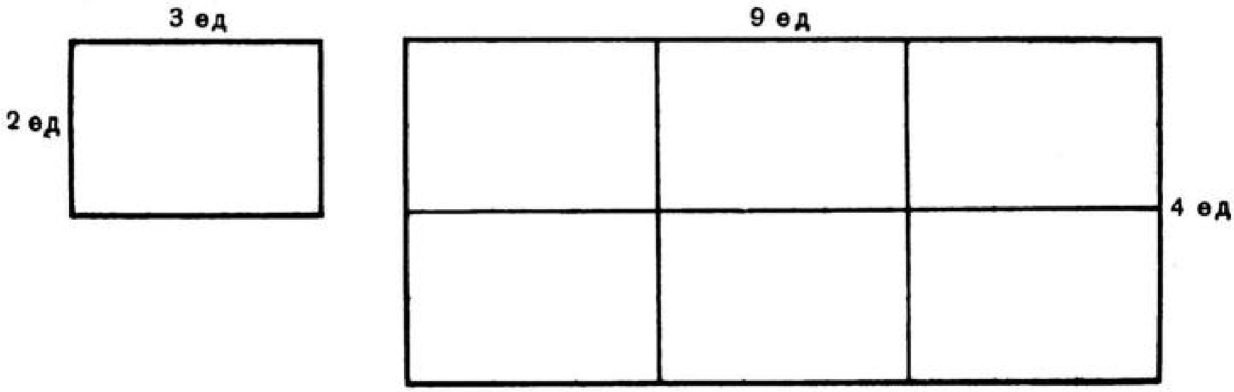


Рис. 10

Изменение произведения ($5 \times 2 = 10$) объясняется последовательно. Множимое умножить на 3 (получилось $10+10+10$ вместо 10). Если теперь в произведении (15×2) множитель увеличить в 4 раза (умножить на 4), то новое произведение увеличится в 4 раза, так что

$10+10+10$ надо повторить 4 раза: $(10+10+10)+(10+10+10)+(10+10+10)+(10+10+10) = 10\times12 = 120$. Произведение увеличилось в $3\times4=12$ раз.

Решается численный пример:

$4\times5=20$. Умножим множимое на 3, множитель на 6, получим $12\times5=60$; $60\times6=360$; $12\times30=360$.

Сравнивая полученное произведение с начальным, делают вывод: если один сомножитель умножить на 3, а другой на 6, то произведение умножится на 18 (3×6); $360:20=18$.

Из разобранного материала должен быть сделан вывод: *Если множимое и множитель умножить на некоторые числа, то произведение умножится на произведение этих чисел.*

б) Уменьшаем в несколько раз множимое и множитель (деление даных чисел на целые числа должно совершаться нацело).

Изучение этого вопроса может быть проведено по образцу изменения произведения при увеличении обоих сомножителей в несколько раз, т. е. можно использовать графический способ решения задач и числовых примеров.

Разберем пример:

$$24\times8=192.$$

Уменьшаем множимое в 6 раз, множитель в 4 раза. При уменьшении множимого в 6 раз произведение уменьшится в 6 раз, получится не 192, а $4\times8=32$. Теперь 4 надо умножить не на 8, а на 2, от чего произведение 32 уменьшится в 4 раза, получится 8. Итак, начальное произведение 192, последнее 8. Произведение уменьшилось в $192:8=24$ раза; $24=6\times4$.

Чтобы уменьшение обоих сомножителей сделать на рисунке, возьмем прямоугольник 9×4 кв. единиц. Уменьшим длину в 3 раза, а ширину в 2 раза. Получим новый прямоугольник, площадь которого меньше в 6 раз (рис. 11).

в) Увеличим в несколько раз один сомножитель и уменьшим в другое число раз второй сомножитель.

Пример: $15\times8=120$. Увеличим множимое в 6 раз, а множитель уменьшим в 2 раза: $90\times4=360$.

Решение объясняется так: если множимое увеличится в 6 раз, то произведение увеличится в 6 раз. Новое произведение (90×8) при уменьшении множителя в

2 раза должно уменьшиться в 2 раза, 90×4=360, или увеличенное в 6 раз произведение должно уменьшиться в 2 раза; значит, после двух изменений произведение увеличится в 3 раза (6 : 2). Необходимо, чтобы учащиеся разбирались в числовых примерах, делая последовательно изменение множимого, потом множителя.

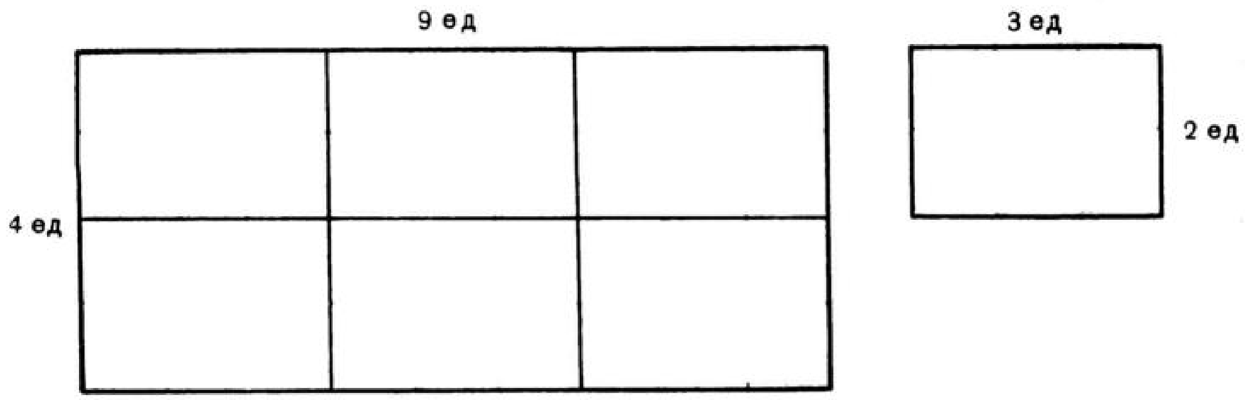


Рис. 11

г) Увеличим один сомножитель и уменьшим другой в одинаковое число раз.

Пример: 15×6=90. Увеличим множимое и уменьшим множитель в 2 раза, 30×3=90. Или уменьшим множимое и увеличим множитель в 3 раза: 15×6=90; 5×18=90.

При увеличении множимого в 2 раза имеем: 30×6=180; при уменьшении множителя в 2 раза новое произведение уменьшится в 2 раза: 30×3=90. Значит, произведение не изменится. Если уменьшим множимое в 3 раза, произведение уменьшится в 3 раза (15×6=90; 5×6=30); если увеличить множитель в 3 раза, новое произведение увеличится в 3 раза (5×18=90). Значит, произведение не изменилось.

Закон об изменяемости произведения затрудняет детей. Надо разобрать этот вопрос графически на прямоугольниках, причем длину прямоугольника можно увеличить, а ширину уменьшить во столько же раз (или наоборот).

Пример: *первый прямоугольник имеет длину* 10 *единиц, ширину* 4; *второй прямоугольник — длину* 5, *ширину* 8. *Определить площадь каждого прямоугольника* (рис. 12).

Каждый вывод относительно изменения произведения должен сопровождаться целым рядом упражнений. Из них одни назначаются для закрепления вывода, другие для применения его к вычислениям и решению задач. Только после этого можно переходить к следующему

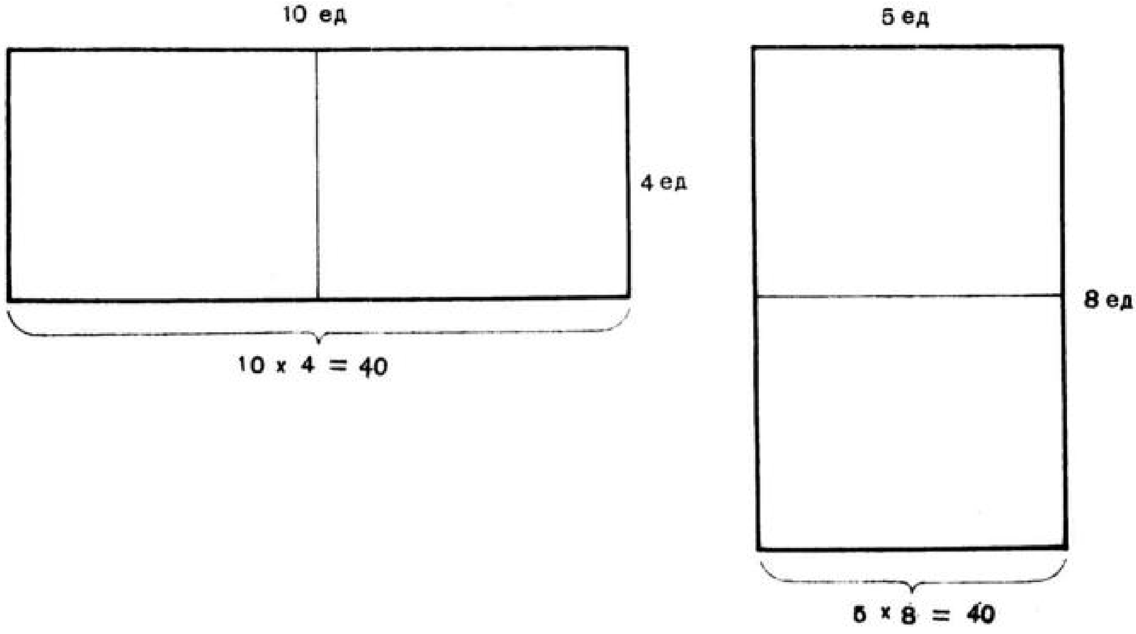


Рис. 12

выводу. Если же сначала дать все выводы, а потом их применение, то работа будет носить монотонный характер. Каждое теоретическое положение дети ценят постольку, поскольку оно может быть применено на вычислениях и решении задач.

Изменения прозведения можно применять в упражнениях следующих 5-ти видов:

1) Определить, как изменится произведение при данных изменениях сомножителей;

2) найти измененное произведение по данному начальному произведению и данным изменениям сомножителей;

3) определить изменения в сомножителях, необходимые для получения желаемого изменения в произведениях;

4) приложение изменений произведения в вычислениях и в решениях задач;

5) составление задач детьми.

Выводы всех перечисленных законов должны быть поставлены в виде исследований. Дети должны дойти до них самостоятельно путем обобщения результатов правильно подобранных упражнений.

Приведем примеры упражнений различных видов.

1. Что сделается с произведением, если множимое разделим на 12, а множитель умножим на 3?

Уменьшив множимое в 12 раз, получим произведение, которое меньше начального в 12 раз и составляет его 12-ю часть. Потом в новом произведении множитель увеличится в 3 раза, значит, новое произведение, составляющее 12-ю часть начального, увеличилось в 3 раза. Поэтому последнее произведение будет составлять 4-ю часть начального, или начальное уменьшилось в 4 раза. В случае затруднений в решении подобных примеров можно: а) использовать рисунок прямоугольника, б) применить указанные в примере изменения на числах.

* а) Например: *Прямоугольник с площадью* 12×2 *заменить таким, у которого длина в* 12 *раз меньше, а ширина в* 3 *раза больше.*

Сравнив их площади, увидим, что площадь второго меньше в 4 раза (рис. 13).

б) Возьмем числовой пример:

$$\begin{aligned} 2 \times 6 &= 12 \\ 24 \times 2 &= 48 \\ 48 : 12 &= 4. \end{aligned}$$

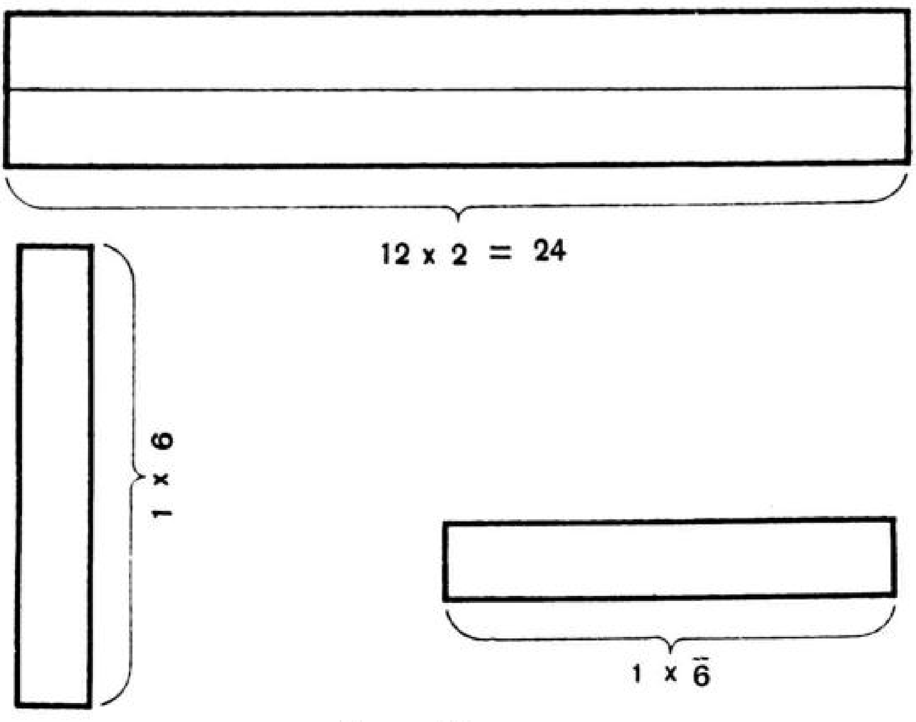


Рис. 13

2. Куплен отрез ситца за 7 руб. 20 коп. Сколько нужно заплатить за отрез сукна, если сукно в 15 раз дороже ситца, а длина отреза его в 3 раза меньше?

Решение. 7 руб. 20 коп.— это произведение цены метра (множимое) на число метров (множитель). Если множимое увеличилось в 15 раз, то и произведение увеличится в 15 раз, но множитель в 3 раза уменьшился. Значит, увеличенное в 15 раз произведение уменьшилось потом в 3 раза, потому начальное произведение увеличилось в $15:3=5$ раз, и новое произведение равно 7 руб. 20 коп.$\times 5=36$ руб.

3. Множимое уменьшилось в 15 раз. Что нужно сделать с множителем, чтобы произведение увеличилось в 3 раза?

Если множимое уменьшится в 15 раз, то произведение уменьшится в 15 раз. Пусть множитель увеличится в 15 раз, тогда произведение, уменьшенное в 15 раз, увеличится в 15 раз и примет первоначальное значение, но нужно, чтобы оно увеличилось в 3 раза. Значит, множитель, увеличенный в 15 раз, должен увеличиться в 3 раза, в результате множитель должен увеличиться в 45 раз.

Что можно сделать с сомножителями 4 и 5 в произведении $4\times 5=20$, чтобы произведение их увеличилось в 12 раз?

Решение. а) Множимое увеличить в 12 раз: $48\times 5=240$.

б) Множитель увеличить в 12 раз. $4\times 60=240$.

в) Множимое увеличить в 2, множитель в 6 раз, и наоборот: $8\times 30=240$ и $24\times 10=240$.

г) Множимое увеличить в 3, множитель в 4 раза, и наоборот: $12\times 20=240$ и $16\times 15=240$.

4. Вот образец примеров для упрощения умножения.

а) $120\times 9=120\times 10-120=1200-120=1080$ (множитель 9 — число, близкое к круглому).

б) $390\times 3=(400\times 3)-(10\times 3)=1200-30=1170$ (округляем множимое).

в) $79\times 40=80\times 40-40=3200-40=3160$.

г) $37\times 90=37\times 100-37\times 10=3700-370=3330$ (вместо 90 взяли $100-10$).

д) $68\times 5=(68\times 10):2=(68:2)\times 10=340$, т. е. для увеличения числа в 5 раз множитель увеличим в 2 раза, полученное произведение в 2 раза больше верного, поэтому делаем поправку, уменьшив 680 в 2 раза.

Другой способ: множимое уменьшили в 2 раза, множитель увеличили в 2 раза, произведение не изменяется. Последний способ применяется преимущественно к четным числам.

е) $36 \times 25 = (36 \times 100) : 4$, или $(36 : 4) \times 100 = 900$.

В первом случае увеличиваем множитель в 4 раза, произведение увеличится в 4 раза, уменьшив 3600 в 4 раза, получим правильное произведение. Во втором случае уменьшаем множимое и увеличиваем множитель в 4 раза. Произведение не изменяется. Последний способ удобен при умножении на 25 чисел, кратных 4-х.

ж) $32 \times 125 = (32 \times 1000) : 8$, или $(32 : 8) \times 1000 = 4000$.

Объяснение такое же, как и при умножении на 5 и 25.

з) Зная, сколько будет 16×25, сосчитайте, как можно скорее, сколько будет 32×25 или 32×75?

$16 \times 25 = (16 : 4) \times 100 = 400$,

32×25 в 2 раза больше 400, т. е. 800,

32×75 в 3 раза больше 800, т. е. 2400

и) $18 \times 15 = 9 \times 30 = 270$; $12 \times 35 = 6 \times 70 = 420$.

Множимое делим на 2, множитель умножаем на 2, произведение не изменяется, вычисления сводятся к более удобным числам.

к) Дается ряд произведений:

$$15 \times 12 \qquad 150 \times 120$$
$$30 \times 60 \qquad 750 \times 240$$

Не вычисляя произведений каждой пары чисел, сказать, во сколько раз 2-е, 3-е, 4-е произведение больше 1-го? 3-е, 4-е больше 2-го? 4-е больше 3-го?

л) Вычислить: $58 \times 3 + 26$; $(80 \times 6) : (16 \times 6)$

$35 \times 12 + 580$; $35 \times 7 + 25 \times 7 + 40 \times 7$

$1000 \times 15 - 997 \times 15$

В первом примере вместо 58 умножаем 60 на 3 и от 180 отнимем 2 множителя, т. е. 6. $174 + 26 = 200$.

Во втором примере множители обоих произведений одинаковы и чтобы узнать, во сколько раз первое произведение больше второго, надо узнать, во сколько раз множимое 80 больше множимого 16. Результат равен 5.

В третьем примере вместо умножения 35 на 12 множим $140 \times 3 = 420$. Здесь множимое увеличено, а множитель уменьшен в 4 раза, произведение не изменилось.

В четвертом примере множители трех слагаемых равны, поэтому сумму множимых $35 + 25 + 40 = 100$ можно множить на 7. $100 \times 7 = 700$.

В пятом примере — разность множимых 3 множим на 15; $3 \times 15 = 45$.

5. Образцы задач. Произведение 220. Один сомножитель в 10 раз больше другого. Какое получится произведение, если меньший множитель сделается равным большему? Если больший множитель сделается равным меньшему?

Решение. Если увеличить меньший множитель в 10 раз, то произведение увеличится тоже в 10 раз и будет равно $220 \times 10 = 2200$.

Если уменьшить больший множитель в 10 раз, то произведение уменьшится в 10 раз и будет равно $220 : 10 = 22$.

При составлении задач самими детьми на различные изменения сомножителей представляется возможность учащимся глубже вдумываться в соотношения величин задачи, проверить найденные соотношения между изменениями компонентов и изменением результата этих действий.

Упражнения

1. Как изменится произведение, если множимое увеличить в 32 раза, множитель в 9 раз?

Что сделается с произведением, если множимое уменьшить в 16 раз, а множитель в 11 раз?

2. Что сделается с произведением, если множимое увеличится в 392 раза, а множитель уменьшится в 28 раз?

Что сделается с произведением, если множимое увеличится в 18 раз, а множитель уменьшится в 18 раз?

3. Что сделается с произведением, если множимое увеличится в 12 раз, а множитель уменьшится в 228 раз?

Как изменится произведение, если множимое уменьшится в 324 раза, а множитель увеличится в 36 раз?

4. Что сделается с произведением, если множимое уменьшится в 12 раз, а множитель увеличится в 12 раз?

5. Что сделается с произведением, если множимое уменьшится в 25 раз, а множитель увеличится в 675 раз?

6. Запись примеров на изменение произведения можно делать в виде таблицы. Увеличение в несколько раз обозначается знаком «×» (умножить), уменьшение в несколько раз знаком «:» (табл. 3.)

Таблица 3

Множимое	Множитель	Произведение
× 4	: 12	?
?	× 3	× 18

Здесь записаны задачи:

1) Множимое увеличено в 4 раза, множитель уменьшен в 12 раз. Как изменилось произведение?

2) Множитель увеличен в 3 раза, произведение увеличилось в 18 раз. Что сделано с множимым?

7. При библиотеке два читальных зала. В первом зале столы поставлены в 4 ряда по 6 столов в каждом. Сколько столов во втором зале, если в каждом ряду в 2 раза меньше столов, а рядов в 3 раза больше, чем в первом зале. (Решить двумя способами.)

8. Бригада рабочих заработала некоторую сумму денег. Во сколько раз больше заработала за то же время другая бригада, если:

1) при той же поденной оплате число рабочих в ней было в 4 раза больше?

2) при том же числе рабочих поденная оплата в 2 раза больше?

3) если число рабочих было в 3 раза, а поденная оплата в 2 раза больше?

9. Столовая имела запас сахару на 24 дня, предполагая расходовать его ежедневно равными количествами. На сколько дней хватило бы запаса, если бы:

1) он был вдвое больше? 2) расходовался бы ежедневно втрое большими количествами?

10. Физкультурники одной организации поставлены в 20 рядов по 24 человека в каждом ряду, физкультурники другой организации — в 40 рядов по 12 человек в каждом ряду. В какой организации больше физкультурников и во сколько раз?

11. Одна бригада работала три недели и получила за работу некоторую сумму денег. Во сколько раз больше денег получила другая бригада, если в ней рабочих втрое больше, если рабочий второй бригады получает за неделю вдвое больше рабочего первой бригады и если вторая бригада работала две недели?

12. В одной книге заключается некоторое число букв. Во сколько раз больше или меньше букв в другой книге, в которой число страниц в 4 раза больше, чем в первой, на каждой странице в 3 раза больше строк, но в каждой строке вдвое меньше букв?

13. Если на работу поставить в 3 раза больше рабочих и для такого числа рабочих ввести две смены, то во сколько раз быстрее будет окончена работа?

14. Швейная фабрика купила на некоторую сумму 720 *м* ситца. Сколько можно было бы купить на вдвое большую сумму ткани, которая вдвое дороже ситца?

15. Рабочий изготовил за несколько часов 104 детали. Сколько деталей изготовил бы рабочий, если бы проработал вдвое меньше времени, изготовляя в час вдвое больше деталей?

16. Несколько рабочих получили за работу 600 рублей. Сколько надо было заплатить рабочим, если бы их было в 8 раз меньше, а плата каждому вдвое больше? Записать решение в виде формулы.

17. Огород колхозника прямоугольной формы имеет площадь, равную 600 *кв. м*. Длина огорода другого колхозника вдвое больше, а ширина вдвое меньше, чем у первого. Какова площадь второго огорода?

18. Один интернат заготовил капусты для 168 человек на 72 дня, а другой по той же норме для 84 человек на 144 дня. Какой интернат заготовил больше капусты и во сколько раз?

19. Поезд прошел за некоторое время 420 *км*. Какое расстояние пролетел самолет за время, в 3 раза меньшее, если скорость его в 6 раз больше скорости поезда?

20. Поезд прошел в несколько часов 324 *км*. Сколько километров прошел бы теплоход, если бы он шел в 6 раз дольше, но проходил в час втрое меньше, чем поезд?

21. Площадь сада 67 200 *кв. м*. Длина огорода в 4 раза меньше длины сада и ширина огорода в 3 раза меньше ширины сада. Определить площадь огорода.

22. В двух библиотеках 2280 книг. Когда первая библиотека передала второй 180 книг, во второй библиотеке оказалось книг в 2 раза больше, чем в первой. Сколько книг было первоначально в каждой библиотеке?

23. В совхозе 15 тракторов обработали за год 2700 *га* посевной площади. Сколько гектаров обработали бы за это время лошади совхоза, если лошадь обрабатывает земли в 15 раз меньше трактора, а рабочих лошадей в совхозе 45?

Пояснение. Посевная площадь (2700 *га*) есть произведение производительности каждого трактора на число тракторов. При замене 15 тракторов таким же количеством лошадей в 15 раз уменьшается один сомножитель — производительность работы. Если лошадей не 15, а 45, то второй сомножитель увеличивается в 3 раза. Следовательно, произведение уменьшается в 15 раз и увеличивается в 3 раза. Уменьшение в 5 раз больше увеличения. Следовательно, все произведение уменьшится в 5 раз. $2700 : 15 \times 3 = 540$ *(га)*, или $2700 : 5 = 540$ *(га)*.

24. Кусок материи стоил 96 руб. 80 коп. В другом куске было вдвое меньше материи, но 1 *м* ее стоил в 4 раза дороже. Сколько стоил второй кусок материи?

25. Площадь пола комнаты 54 *кв. м* 60 *кв. дм*. Какова площадь коридора, который в 3 раза короче и в 2 раза уже?

26. Составить задачу на движение к ответу: пройденное расстояние равно 160 *км*. Изменить условие так, чтобы 1) расстояние увеличилось в 3 раза; 2) расстояние уменьшить в 2 раза; 3) скорость увеличить на 10 *км*; 4) время уменьшить на 2 единицы. Как изменится расстояние?

Изменение произведения в зависимости от изменения компонентов применяется при решении типовых задач, требующих умножения или деления числа на несколько частей, кратные отношения которых даны (пропорциональная зависимость и пропорциональное деление).

27. На птицеферме кур в 10 раз или на 4230 голов больше, чем петухов. Сколько кур и петухов на птицеферме?

28. Белый медведь на 600 *кг* или в 4 раза тяжелее льва. Сколько весит медведь и сколько весит лев?

29. Производительность веялки-сортировки ВС-2 в 4 раза меньше производительности веялки-сортировки ВС-8. Сколько часов затрачено на сортировку зерна веялкой ВС-2, если на сортировку такого же количества зерна веялкой ВС-8 затрачено на 4 часа меньше?

30. Два тракториста должны были вспахать одинаковые участки. После того, как первый вспахал 420 *га*, а второй 500 *га*, первому трактористу осталось вспахать в три раза больше, чем второму. Какой участок должен был вспахать каждый тракторист?

31. Из двух городов, расстояние между которыми 484 *км*, выехали одновременно друг другу навстречу велосипедист и мотоциклист. Через 4 часа расстояние между ними оказалось 292 *км*. Определить скорость велосипедиста и скорость мотоциклиста, если скорость мотоциклиста в 3 раза больше скорости велосипедиста.

32. В пчеловодческом совхозе 182 улья, причем ульев с грузинскими пчелами в 6 раз меньше, чем с другими пчелами. От всех грузинских пчелосемей получено 1976 *кг* меда. Сколько меда в среднем получено от одной грузинской пчелосемьи?

33. Для чистки медных и латунных предметов берут состав из поваренной соли и молочной сыворотки, причем соль берут в 8 раз меньше сыворотки. Сколько приготовлено такого состава, если соли взято на 490 *г* меньше сыворотки?

34. Для уничтожения жуков-древоточцев берут состав из 3 частей скипидара, 1 части нафталина и 1 части смолы. Сколько приготовлено такого состава, если нафталина взято на 2 *кг* 500 *г* меньше, чем скипидара.

В существующей программе по арифметике для младших классов предлагается изучать зависимость между компонентами и результатами действий, переместительное свойство произведения, сочетательное и распределительное свойства произведения. Следствия, вытекающие из этих свойств, записаны в проекте программы с трехгодичным сроком обучения. В практике работы школы предлагаемые свойства и следствия из этих свойств применяются на уроках арифметики и на внеклассных занятиях. Поэтому мы приводим примеры на свойства произведения, суммы и разности.

I. Замена нескольких сомножителей их произведением (сочетательное свойство произведения)

* *1)* $17 \times 25 \times 4 = 17 \times (25 \times 4) = 17 \times 100 = 1700$.

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы перемножить несколько сомножителей, достаточно отдельные сомножители соединить в какие-нибудь группы, произвести умножение по группам, а затем перемножить полученные произведения.*

2) $69 \times 5 \times 2 \times 125 \times 8 = 69 \times (5 \times 2) \times (125 \times 8) = 69 \times$ $\times 10 \times 1000 = 690\,000$.

3) $47 \times 25 \times 8$.

II. Перестановка сомножителей (переместительное свойство произведения)

1) $4 \times 8 \times 3 \times 25 \times 125 = 4 \times 25 \times 8 \times 125 \times 3$ (переместительное свойство произведения) $= 100 \times 1000 \times 3 = 300\,000$ (выполняем умножение).

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы перемножить несколько сомножителей, достаточно переменить места отдельных сомножителей, затем соединить их в какие-нибудь группы, произвести умножение по группам, а потом перемножить полученные произведения.*

2) $20 \times 70 \times 50 \times 25 \times 400 = 20 \times 50 \times 25 \times 400 \times 70 = (20 \times 50) \times (25 \times 400) \times 70 = 1000 \times 10\,000 \times 70 = 700\,000\,000.$

3) $8 \times 13 \times 4 \times 125 \times 25.$

III. Умножение произведения на число

1) $(40 \times 7 \times 3) \times 25 = 1000 \times 7 \times 3 = 21\,000.$

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы умножить произведение нескольких сомножителей на какое-нибудь число, достаточно один из сомножителей произведения умножить на это число и полученное произведение последовательно умножить на каждый из остальных сомножителей.*

2) $(20 \times 11 \times 30) \times 5 = 20 \times 11 \times 30 \times 5 = 20 \times 5 \times 11 \times 30 = (20 \times 5) \times 11 \times 30 = 100 \times 11 \times 30 = 33\,000.$

3) $(7 \times 125 \times 3) \times 8.$

IV. Умножение числа на произведение

1) $48 \times (125 \times 7 \times 3) = 48 \times 125 \times 7 \times 3 = 6000 \times 7 \times 3 = 126\,000.$

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы умножить данное число на произведение нескольких сомножителей, достаточно умножить это число сначала на первый сомножитель, потом полученное произведение — на второй, затем новое произведение — на третий и т. д.— на все сомножители произведения.*

2) $128 \times (90 \times 250) = 128 \times 90 \times 250 = 128 \times 250 \times 90 = 32\,000 \times 90 = 2\,880\,000.$

3) $24 \times (27 \times 125).$

К указанному способу близок прием умножения посредством замены множителя соответствующим произведением (иногда называют последовательным умножением): $145 \times 8 = 145 \times (2 \times 2 \times 2) = (145 \times 2) \times 2 \times 2 = (290 \times 2) \times 2 = 580 \times 2 = 1160.$

V. Умножение произведения на произведение

1) $(8 \times 12) \times (125 \times 25) = (8 \times 12) \times 125 \times 25 = 8 \times 12 \times 125 \times 25 = 8 \times 125 \times 12 \times 25 = (8 \times 125) \times (12 \times 25) = 1000 \times 300 = 300\,000.$

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических чисел: *Чтобы умножить произведение нескольких сомножителей на другое произведение, достаточно последовательно перемножить все сомножители обоих произведений.*

2) $(24 \times 96 \times 100) \times (25 \times 125) = 24 \times 96 \times 100 \times 25 \times$ $\times 125 = 24 \times 25 \times 96 \times 125 \times 100 = (24 \times 25) \times (96 \times 125) \times$ $\times 100 = 600 \times 12\,000 \times 100 = 720\,000\,000$.

3) $(32 \times 48) \times (125 \times 25)$.

VI. Умножение, сложение и вычитание

А. Умножение суммы на число (распределительное свойство произведения).

1) $(64 + 28) \times 25 = 64 \times 25 + 28 \times 25$ (распределительное свойство произведения) $= 1600 + 700 = 2300$ (выполняем умножение и сложение).

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы умножить сумму нескольких чисел на данное число, достаточно умножить каждое слагаемое на это число и полученные произведения сложить.*

2) $(117 + 56) \times 30 = 117 \times 30 + 56 \times 30 = 3510 + 1680 = 5190$.

3) $(88 + 48) \times 125$.

К указанному способу по обоснованию приема близок способ вынесения за скобку общего множителя или множимого.

1) $124 \times 4 + 116 \times 4 = (124 + 116) \times 4 = 240 \times 4 = 960$.

2) $24 \times 6 + 24 \times 3 + 24 \times 7 + 24 \times 4 = 24 \times (6 + 3 + 7 +$ $+ 4) = 24 \times 20 = 480$.

Б. Умножение разности на число.

1) $(25 - 7) \times 4 = 25 \times 4 - 7 \times 4 = 100 - 28 = 72$ (умножение разности на число).

2) $(3750 - 125) \times 8 = 3750 \times 8 - 125 \times 8 = 30\,000 - 1000 =$ $= 29\,000$.

3) $(96 - 58) \times 5$.

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы умножить разность двух чисел на какое-нибудь число, достаточно умножить на это число отдельно уменьшаемое и вычитаемое и из первого произведения вычесть второе.*

К указанному способу по обоснованию приема близок способ вынесения за скобку общего множителя.

1) $237 \times 23 - 137 \times 23 = (237 - 137) \times 23 = 100 \times 23 = 2300$.

2) $1779 \times 1243 - 779 \times 1243 = (1779 - 779) \times 1243 = 1000 \times$ $\times 1243 = 1\,243\,000$.

§ 12. ИЗМЕНЕНИЕ ЧАСТНОГО

Изменение частного представляет один из самых трудных вопросов курса. Объясняется это более сложной, чем в других действиях, зависимостью между компонентами, двояким смыслом деления (на части и по содержанию). Остановимся на этом вопросе.

Изменение частного при изменении делимого

Для объяснения изменения частного от умножения делимого можно использовать задачи.

* 24 *рабочих за первую неделю получили* 960 *руб. (поровну); за вторую неделю они опять заработали* 960 *руб.; за третью неделю еще заработали* 960 *руб. Сколько заработал каждый рабочий за первую неделю? За первые две недели? За три недели?*

Для ответа на первый вопрос надо 960 разделить на 24, для ответа на второй вопрос надо сумму $(960+960)$ разделить на 24 и для ответа на третий вопрос сумму $(960+960+960)$ надо разделить на 24:

$$960 : 24 = 40 \text{ (руб.)}.$$

$(960+960) : 24 = 960 : 24 + 960 : 24$ (делим каждое слагаемое);

$$40+40=80; \qquad \text{короче: } (960\times 2):24=80.$$

$(960+960+960) : 24 = 960 : 24 + 960 : 24 + 960 : 24 = 40+40+40=120$ (руб.).

Короче: $(960\times 3):24=120$ (руб.).

Данный способ решения задачи и сделанная запись приведут ребят к заключению, что если делимое умножить на 2, то частное умножится на 2, если делимое утроить, и частное утроится.

Дальше решаются примеры примерно такие: $32:4=8$, 32 увеличиваем в 5 раз $160:4=40$. Частное увеличилось в 5 раз $(40:8=5)$.

Объяснение решения этого примера может быть следующим. Умножить делимое на 5, значит, к делимому прибавить еще 4 делимых; к частному каждый раз прибавляется прежнее частное, всего прибавляется 4 частных, следовательно, частное умножится на 5.

Этот закон изменения частного хорошо объяснить следующим образом: дается ряд примеров на деление при одном и том же делителе, делимое же постепенно увеличивается в несколько раз. Дети сравнивают делимые и частные этих примеров сначала в одном столбце, потом — в другом. В первом столбце они найдут примеры на увеличение в 2, 4, 8, 16 раз; во втором делимое увеличивается в 2, 3, 4, 5 раз.

$20 : 4 =$	$160 : 4 =$	или	$24 : 6 =$	$96 : 6 =$
$40 : 4 =$	$320 : 4 =$		$48 : 6 =$	$120 : 6 =$
$80 : 4 =$			$72 : 6 =$	

После разбора задач и примеров делается вывод: *Если делимое увеличить в несколько раз, то частное увеличится во столько же раз.* Изменение частного от деления делимого можно объяснить на задаче:

* *Местком выдал 3 туристские путевки на сумму 240 руб. и столько же путевок в дом отдыха на четвертую часть этой суммы. Сколько стоила туристская путевка? Путевка в дом отдыха? Во сколько раз путевка в дом отдыха дешевле туристской путевки? Почему?*

Объяснение может быть такое. Чтобы заплатить за путевки в дом отдыха (их также 3), надо 240 руб. сначала разложить на 4 равные части: 60 руб.+60 руб.+ + 60 руб.+60 руб. Если одну такую часть (60 руб.) разделим на 3 (по числу путевок), то получим 20 руб., т. е. в 4 раза меньше, чем от деления 240 руб.

Рис. 14

Можно это изменение частного показать графически: берем одну прямую линию длиною в 24 ед., другую в 6 ед. Делим ту и другую на 3 равные части (рис. 14). Сравниваем полученные частные 8 и 2. Первое в ($8 : 2 = 4$) 4 раза больше. Можно изменение частного при делении делимого показать на числовых примерах, дав для вычисления 2 ряда частных:

$320 : 4$	$80 : 4$	$360 : 3$	$90 : 3$
$160 : 4$	$40 : 4$	$180 : 3$	$45 : 3$
	$20 : 4$		$30 : 3$

Сравнивая делимые между собой, частные между собой, ученики легко устанавливают зависимость изменения частного от изменения делимого. После разбора задач и примеров делается вывод: *Если делимое уменьшить в несколько раз, то и частное уменьшится во столько же раз.*

6 Зак. 1605

Изменение частного от изменения делителя

Изменение частного от умножения делителя можно иллюстрировать решением следующей задачи.

* *720 яиц разложили поровну в 4 ящика, а потом яйца из каждого ящика разложили поровну в 3 корзины. Сколько яиц было в каждом ящике? Сколько яиц было в каждой корзине?*

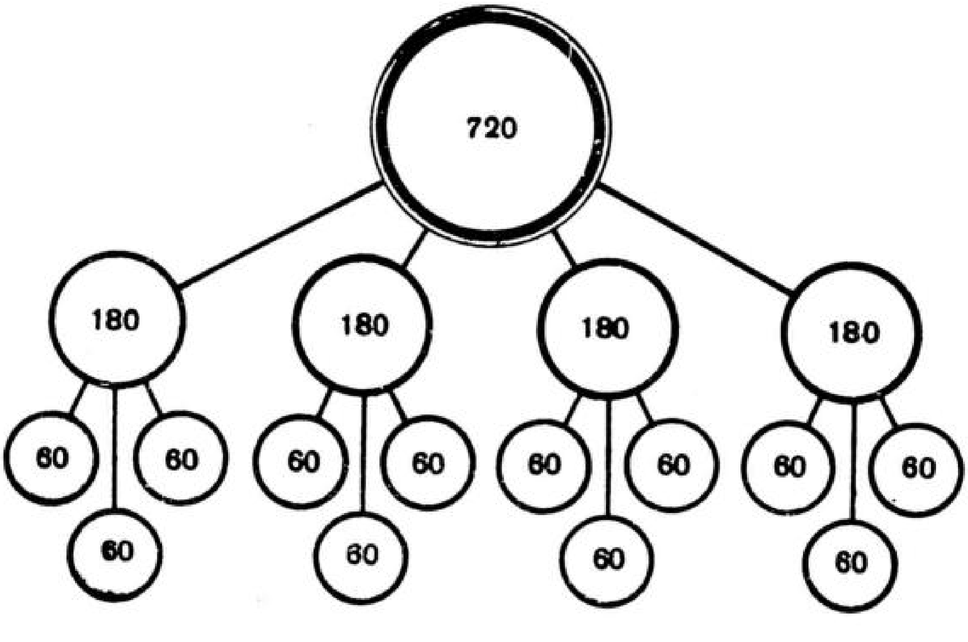


Рис. 15

После решения задачи (720 : 4 = 180) учитель предлагает детям сосчитать, сколько яиц было в каждой корзине и во сколько корзин будут разложены все яйца, если из каждого ящика их переложат поровну в 3, 4, 5 корзин. Решение этой задачи можно пояснить рисунком (рис. 15). Решая задачу, дети замечают, что:

если делитель умножить на 3, то частное разделится на 3;

если делитель умножить на 4, то частное разделится на 4 и т. д.

Прилагая этот вывод к примерам с отвлеченными числами, дети дают такое приблизительно объяснение:

120 : 4 = 30; 120 : 24 = 5. Здесь делитель 4 умножен на 6, т. е. из каждой прежней части сделано 6 новых частей, потому прежнее частное должно разделиться на 6.

Наконец, делается вывод: *Если делитель увеличить в несколько раз, то частное уменьшится во столько же раз.*

Изменение частного от деления делителя можно объяснить на задаче.

* *В колхозном саду в 12 корзин набрали 3600 мандаринов, поровну в каждую корзину; сколько мандаринов в каждой корзине? Для перевозки мандаринов в город их разделили в ящики. Сколько ящиков понадобилось и по скольку мандаринов было в каждом ящике, если из каждых четырех корзин мандарины переложили в один ящик? Если из каждых 6 корзин в один ящик?*

Решение задачи можно пояснить рисунком (рис. 16).

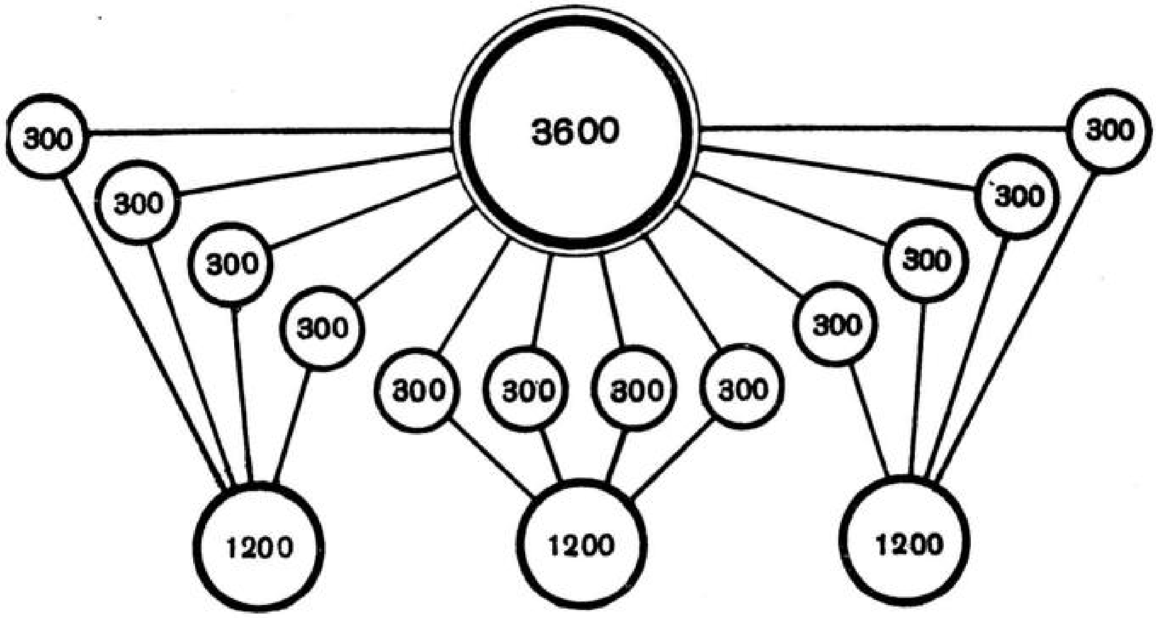


Рис. 16

$3600 : 12 = 300$ $\quad$ $3600 : 12 = 300$ $\quad$ $3600 : 12 = 300$

$3600 : (12 : 4) = 1200$ $\quad$ $3600 : (12 : 3) = 900$ $\quad$ $3600 : (12 : 2) = 600$

Из решения задачи делаются выводы.

Если делитель разделить на 2, 3, 4, 6, то частное соответственно умножится на 2, 3, 4, 6 и т. д.

Отмечается, что при делении делителя на 4 мы соединяем 4 прежние части в одну, поэтому частное должно увеличиться в 4 раза.

После разбора задачи решаются примеры:

$96 : 24 = 4$; $96 : 12 = 8$; $96 : 8 = 12$; $96 : 6 = 16$; $96 : 4 = 24$.

Пример можно объяснить так же, как в предыдущей задаче: если 96 делим не на 24, а на 12 частей, то прежние 2 части соединяются в одну, и потому частное становится больше в два раза. Наконец, формулируется правило: *Если уменьшить делитель в несколько раз, то частное увеличится во столько же раз.*

Изменение частного при изменении обоих компонентов

Изменения частного при изменении обоих компонентов вначале трудно усваиваются детьми. Разъяснения можно проводить тем же путем, как и при изменении произведения: для того чтобы определить изменение частного, надо изменить сначала только делимое, затем новое измененное частное изменить в связи с изменением делителя.

Прежде чем начать изучение этого вопроса, можно напомнить примеры, приведенные в отделе умножения, на последовательное изменение чисел в несколько раз.

а) *Возьмем линию определенной длины, например в 10 см. Изобразим ее 1 клеткой. Увеличим ее в 3 раза. Что получится? Увеличим в 5 раз. Во сколько раз увеличилась длина линии?* (рис. 17).

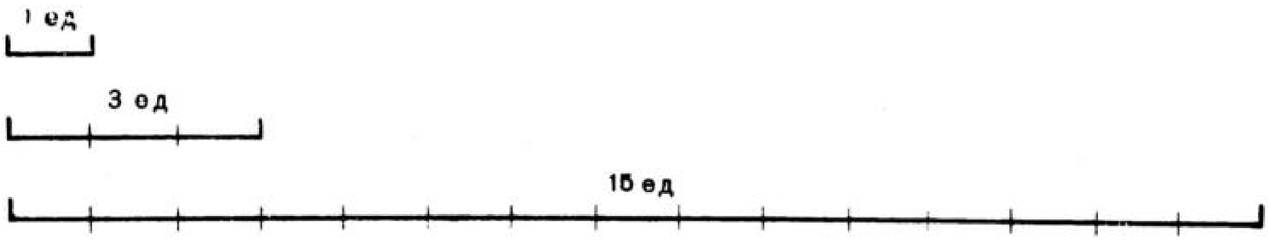


Рис. 17

Сосчитай: $10\times3=30$; $30\times5=150$; $150:10=15$.
Ответ. В 15 раз.

б) *Возьмем линию определенной длины, например в 48 см. Изобразим ее клетками. Уменьшим в три раза. Что получится? Уменьшим в 4 раза. Во сколько раз уменьшилась длина линии* (рис. 18)?

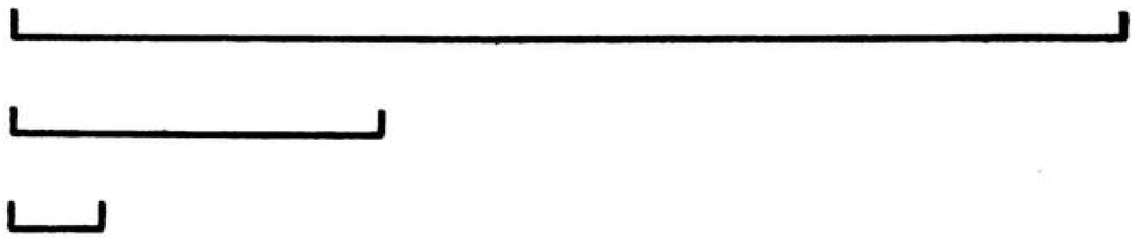


Рис. 18

Сосчитай: 48 : 3 = 16; 16 : 4 = 4; 48 : 12 = 4. Точно так же можно повторить последовательное увеличение, потом уменьшение в несколько раз, или наоборот.

При одновременных изменениях компонентов надо обратить особое внимание на случаи неизменяемости частного. На остальных случаях можно не останавливаться долго.

Из решения задач и примеров делаем вывод: *Если делимое и делитель умножить на одно и то же число, то частное не изменится.*

Точно так же изучается тема об уменьшении обоих компонентов в одинаковое число раз.

Задача. *Пешеход и велосипедист двинулись одновременно в одно и то же селение из 2-х разных мест. Велосипедист, проезжающий по 16 км в час, должен проехать 128 км; пешеход, проходящий по 4 км в час, должен пройти 32 км. Кто из них раньше явится в назначенное место и на сколько часов раньше?*

Решение объясняется так: 128 *км* — делимое, 16 *км* — делитель, 8 — частное. Велосипедист ехал 8 часов. Если расстояние уменьшить в 4 раза (вместо 128 *км* — 32 *км*), то при той же скорости 16 *км* (делитель) велосипедист проедет его в 2 часа (32 *км* : 16 *км* = 2), т. е. частное уменьшилось в 4 раза. Но если на расстоянии 32 *км* двигаться со скоростью 4 *км*, т. е. делитель уменьшить в 4 раза, то время движения в 4 раза увеличится, т. е. частное 2 увеличится в 4 раза. Значит, частное не изменится, если делимое и делитель уменьшатся в 4 раза.

Дальше можно дать другой вариант задания, например, если в то же селение едет колхозник со скоростью 8 *км* в час из города, отстоящего на 64 *км* от места их встречи, то за сколько часов он проедет все расстояние?

Оказывается, частное не изменилось, когда делимое и делитель уменьшились в 2 раза. Потом можно дать примеры на разбираемый случай изменения частного:

$$800 : 200 = 4 \qquad 200 : 50 = 4$$

$$400 : 100 = 4 \qquad 100 : 25 = 4$$

Сравнив делимые и делители между собой, частные между собой, устанавливается, что делимое и делитель уменьшились в одно и то же число раз, причем частное не изменилось.

Этот вывод и формулируется: *Если делимое и делитель разделить на одно и то же число, частное не изменится.*

Разберем некоторые случаи одновременного изменения делимого и делителя.

Если делимое увеличить в 5 раз, а делитель уменьшить в 2 раза, то частное увеличится в 10 раз.

Запись. $72:12=6$; $360:6=60$.

Решение. Если делимое увеличить в 5 раз, то частное увеличится в 5 раз: $360:12=30$. Если при измененном делимом уменьшить в 2 раза делитель, то частное, увеличенное в 5 раз, увеличится в 2 раза; значит, сравнительно с начальным оно увеличится в 10 раз.

Если делимое уменьшить в 4 раза, а делитель увеличить в 5 раз, то частное уменьшится в 20 раз.

Запись. $400:5=80$; $100:25=4$.

Решение объясняется изменением сначала только делимого, потом в измененном примере делается увеличение в 5 раз делителя. В результате частное сначала уменьшилось в 4 раза, потом это уменьшенное частное уменьшилось в 5 раз. Во втором делении частное в 20 раз меньше, чем в первом.

Так же изучаются с учащимися и другие случаи изменения частного от изменения делимого и делителя.

Все рассмотренные изменения частного относятся к делению без остатка. Когда в делении получается остаток, то изменения частного могут отступать от выведенных правил, за исключением правила о неизменяемости частного при умножении или делении делимого и делителя на одно и то же число.

Положения об изменениях частного должны сопровождаться упражнениями:

1) в определении изменения частного по данным изменениям делимого и делителя,

2) в определении измененного частного по данному частному и изменениям делимого и делителя,

3) в определении изменений, которые необходимо сделать в данных числах для того, чтобы достигнуть желаемого изменения в частном,

4) в приложении изменения частного к вычислениям и к решению задач,

5) в составлении детьми задач на различные изменения частного.

Дадим примеры этих упражнений.

1) Делимое увеличено в 12 раз, делитель увеличен в 4 раза, как изменилось частное?

Если делимое увеличить в 12 раз, то частное увеличится в 12 раз. Но в измененном примере, где частное и делимое увеличены в 12 раз, надо увеличить делитель в 4 раза, от чего новое частное уменьшится в 4 раза. 12-кратное частное, уменьшенное в 4 раза, дает утроенное начальное частное.

2) Несколько рабочих заработали 160 руб. Сколько рабочих можно было бы нанять на такое же время за 80 руб., если бы плата каждому была увеличена в 3 раза?

160 руб.— это делимое, плата одному рабочему —это делитель, число рабочих — частное. Делимое уменьшено в 2 раза $(160:80=2)$, делитель увеличен в 3 раза, частное должно уменьшиться в 6 раз.

* *В питомнике фруктовых деревьев саженцы груш посажены в ряды, по равному числу саженцев в каждом. Рядов всего 30. Саженцев яблонь в 8 раз больше. Они также посажены рядами, но в каждом ряду в 4 раза больше саженцев, чем саженцев груш. Сколько рядов саженцев яблонь?*

Решение. Делимое увеличилось в 8 раз, делитель — число деревьев в одном ряду — увеличился в 4 раза. При увеличении делимого в 8 раз частное увеличится в 8 раз; но при увеличении делителя в 4 раза измененное 8-кратное частное уменьшится в 4 раза, потому частное будет в 2 раза увеличено сравнительно с начальным. Число рядов саженцев яблонь больше в 2 раза, чем число рядов саженцев груш. Ответ. 60 рядов.

3) а) Делитель уменьшен в 7 раз. Что надо сделать с делимым, чтобы частное уменьшилось в 4 раза?

Решение. Если делитель уменьшить в 7 раз, частное увеличится в 7 раз. Чтобы уменьшить частное в 4 раза, надо: 1) уменьшить его в 7 раз, тогда его величина будет равна первоначальной величине, потом еще уменьшить в 4 раза, т. е. уменьшить (7×4) раз, а для этого делимое уменьшить в 28 раз.

б) Делимое увеличено в 4 раза. Что надо сделать с делителем, чтобы частное уменьшилось в 20 раз?

Решение. Если делимое увеличить в 4 раза, то частное увеличится в 4 раза. Его надо уменьшить в 4 раза, для чего делитель увеличим в 4 раза, тогда частное вернется к начальной величине, но частное должно уменьшиться в 20 раз, значит, учетверенный делитель надо увеличить в 20 раз, и делитель будет увеличен в $4\times20=80$ раз.

4) а) Зная, что $111:37=3$, *найти кратчайшим способом частные*: $222:37$; $333:37$; $555:37$.

Решение. Делимые этих примеров больше 111 в 2, 3, 5 раз, частные должны увеличиться в 2, 3, 5 раз. Частные: 6, 9, 15.

б) Зная, что $888:37=24$, *найти кратчайшим способом, сколько будет* $444:37$; $222:37$; $111:37$.

Решение. С уменьшением делимого в 2, 4 и 8 раз частное уменьшается в 2, 4, 8 раз. Частные: 12, 6, 3.

в) Зная, что $1080:15=72$, *найти как можно короче* $1080:30$; $1080:45$; $1080:90$.

Решение. С увеличением делителя в 2, 3, 6 раз частное уменьшается в 2, 3, 6 раз. Частные равны 36, 24, 12.

г) Зная, что $1536:96=16$, *быстро найти частные* $1536:48$; $1536:24$; $1536:12$.

Решение. При уменьшении делителя в 2, 4, 8 раз частное увеличится в 2, 4, 8 раз. Частные равны 32, 64, 128.

д) Упрощаем деление на 5, 25, 125. Пример: $140:5$. Возьмем делитель 10, т. е. увеличим делитель 5 в 2 раза, частное 14 меньше истинного в 2 раза. Делаем поправку: $14\times2=28$; итак, $140:5=(140:10)\times2=28$. $1200:25=1200:100\times4=48$. Здесь делитель 25 увеличиваем в 4 раза, от чего частное получается меньше истинного в 4 раза, поэтому надо умножить на 4, получится 48.

$7000:125=(7000:1000)\times8=56$. Здесь делитель 125 увеличен в 8 раз, частное 7 меньше истинного в 8 раз, потому множим 7 на 8.

е) Зная, что $75:3=25$, *быстро найти частное* $375:15$; $750:30$; $1500:60$.

ж) Зная, что $36\,000:1200=30$, *найти кратчайшим способом* $3600:120$; $360:12$; $1800:60$.

Решения этих примеров основаны на неизменяемости частного при умножении и делении делимого и делителя на одно и то же число.

з) $1200:50=(1200:100)\times2=12\times2=24$.

Объяснение решения такое же, как при делении на 5, 25, 125.

и) Если делимое и делитель оказываются с нулями, то у них можно зачеркнуть поровну нулей: $32\,000 : 8000 = 32 : 8 = 4$.

Делимое и делитель разделены на 100, частное не изменилось. Запись решения может быть и другая: $32\,000 : 8000 = 4$.

4) Вычислить $900 : 18 - 49$; $1200 : 24 \times 200$; $600 : 8 - 552 : 8$; $2800 : 175$.

В первом примере делим 900 последовательно на 9, потом результат на 2. Разделив 900 на 9, мы получим частное в 2 раза больше истинного, потому уменьшаем его в 2 раза $(900 : 9) : 2 = 50$.

Во втором примере таким же способом делим 1200 на 6, результат делим на 4: $1200 : 24 \times 200 = (1200 : 6) : 4 \times 200 = 10\,000$.

В третьем примере делимое 600 больше 552 на 48, а 48 есть ушестеренный делитель. Потому первое частное больше второго на 6.

В четвертом примере делим 2800 на 700, но частное увеличиваем в 4 раза, так как делитель увеличен, и, значит, частное уменьшено в 4 раза. $2800 : 175 = (2800 : 700) \times 4 = 16$.

Упражнения

1. Как изменится частное, если делимое увеличится в 54 раза, а делитель уменьшится в 9 раз?

* Как изменится частное, если делимое уменьшится в 36 раз, а делитель увеличится в 12 раз?

2. Что сделается с частным, если делимое увеличится в 405 раз, а делитель в 15 раз?

* Что сделается с частным, если делимое и делитель увеличатся в 28 раз?

3. Что сделается с частным, если делимое увеличится в 5 раз, а делитель в 180 раз?

Что сделается с частным, если делимое уменьшится в 240 раз, а делитель в 15 раз?

4. Как изменится частное, если делимое и делитель уменьшатся в 16 раз?

Как изменится частное, если делимое уменьшится в 42 раза, а делитель в 672 раза?

5. Как изменится частное, если делимое увеличить в 18 раз, а делитель уменьшить в 18 раз?

Как изменится частное, если делимое уменьшить в 12 раз, а делитель увеличить в 12 раз?

6. Решить. В первой строчке табл. 4 записана задача: делимое увеличено в 6 раз, делитель в 2 раза. Как изменилось частное?

Предложить сформулировать самостоятельно задачи вторую и третью.

Таблица 4

Делимое	Делитель	Частное
$\times 6$	$\times 2$	?
?	$: 3$	$\times 6$
$: 6$	?	не изменено

7. Насосом выкачивают воду из шахты в 24 часа. За сколько времени можно выкачать воду из другой шахты, в которой воды вдвое больше, чем в первой, насосом, работающим втрое быстрее первого насоса?

8. Вода может быть выкачана из бассейна за 12 часов. Во сколько времени можно выкачать воду из бассейна, в котором в 4 раза больше воды, чем в первом бассейне, посредством насоса, подающего в час в 2 раза меньше воды?

9. Товарный поезд проходит расстояние между городами за 18 часов. Во сколько времени скорый поезд пройдет расстояние в 3 раза меньшее, если скорость его в 3 раза больше, чем товарного?

10. Сравнить скорость поезда и пешехода, если автомобиль шел в 6 раз быстрее пешехода, но вдвое медленнее поезда.

11. Два земельных участка одинаковой площади засеяны: один — хлопком, другой — рисом. На следующий год под хлопок заняли втрое больший участок, а под рис — вдвое меньший, чем в предыдущем году. Во сколько раз участок под хлопком стал больше участка, засеянного рисом?

12. На теплоходе запас продуктов для пассажиров был сделан на 8 дней. На сколько дней хватило бы продуктов, если бы запас увеличить в 4 раза, а число пассажиров увеличить в 2 раза?

13. Буфет сделал запас сахара на 12 дней, предполагая расходовать ежедневно равными количествами. На сколько дней хватило бы запаса, если бы он был в 2 раза больше, а ежедневный расход в 6 раз больше?

14. Один колхоз собрал с гектара 60 *ц* хлопка. Второй колхоз, засеяв земли вдвое больше, собрал хлопка втрое меньше. Сколько хлопка собрал с 1 *га* второй колхоз?

15. Билет на выставку стоил 15 коп. Когда входную плату уменьшили, количество посетителей увеличилось в 6 раз, а сбор увеличился в 2 раза. На сколько снижена входная плата?

16. Самолет пролетел некоторое расстояние за 10 часов. Во сколько времени автомобиль пройдет расстояние в 2 раза большее, если его скорость в 8 раз меньше?

17. Для 90 учащихся привезли тетради, по 6 тетрадей каждому. По скольку тетрадей получит каждый, если учащихся будет 180 человек, а тетрадей в 3 раза больше?

18. В одной колонне демонстрантов шло 2400 человек, а в другой 400 человек, причем в каждом ряду второй колонны было вдвое меньше человек, чем в каждом ряду первой. Во сколько раз число рядов первой колонны больше числа рядов второй колонны?

19. Колхоз собрал 2640 *ц* свеклы с участка в 6 *га*. С другого участка, площадь которого была в 10 раз больше, колхоз собрал пшеницу, которой было собрано в два раза меньше, чем свеклы. Сколько свеклы и сколько пшеницы было собрано с 1 *га*?

20. Грузовой автомобиль шел несколько часов со скоростью 24 *км* в час. С какой скоростью шел легковой автомобиль, если расстояние, в 6 раз большее, он прошел за время, в 3 раза большее, чем первый?

21. В мастерской изготовили 240 конвертов. Сколько конвертов будет изготовлено, если бумаги отпущено в 3 раза больше, а на каждый конверт расходуется ее в 3 раза меньше?

22. Площадь одного участка 9600 *кв. м*, длина его 160 *м*. Какова длина другого участка, площадь которого в 2 раза меньше и ширина в 2 раза больше, чем у первого участка? (Решить двумя способами.)

23. Для 48 лошадей сделан запас овса на некоторое время. Сколько времени можно прокормить 16 лошадей шестой частью сделанного запаса при той же норме выдачи овса на каждую лошадь?

24. Для 280 коров заготовлен силос на некоторое время. Сколько коров можно было бы прокормить в течение такого же времени, если бы силоса было в 10 раз меньше, а ежедневная выдача силоса в 2 раза меньше?

25. Метр ткани стоит 1 руб. 40 коп. Сколько стоит метр другой ткани, если кусок ее в 6 раз дороже, а число метров в куске в 3 раза больше?

26. Поезд проходит расстояние между двумя городами за 6 час. 20 мин. Во сколько времени скорый поезд пройдет расстояние в 2 раза большее, если скорость его в 2 раза больше?

27. Составить задачу к примеру 240 : 10. Изменить условие так, чтобы: 1) делимое и делитель увеличить или уменьшить в одинаковое число раз; 2) делитель увеличить в 3 раза; 3) делимое уменьшить в 3 раза, а делитель увеличить в 2 раза. Во сколько раз изменится частное?

В конце темы хорошо дать задачи для повторения всех выводов.

* *Произведение двух чисел* 49 000, *а если от множителя отнять* 12, *то в произведении будет* 44 800. *Найти эти числа.*

Решение. Когда от множителя отнимем 12, то от произведения отнимается 12 множимых. Следовательно, $49\,000-44\,800=4200$ — это число равно 12 множимым. Множимое равно $4200:12=350$, а множитель равен $49\,000:350=4900:35=(4900:7):5=(700:10)\times 2=140$.

* *Какое число от умножения на* 13 *увеличится на* 6000? 6000 — разность между числом, повторенным 13 раз, и самим числом, т. е. 6000 равно числу, повторенному $13-1=12$ раз. Отсюда, чтобы найти искомое число, надо 6000 делить на 12 $(6000:12=500)$.

* *Частное двух чисел* 72, *а если от делимого отнимем* 2000, *то частное будет равно* 32. *Найти эти числа.*

Когда от делимого отняли 2000, частное стало меньше на $72-32=40$. Это значит, что от делимого отняли 40 делителей (делитель содержался в делимом 72 раза, а после вычитания 2000 делитель содержится в делимом 32 раза). Следовательно, делитель равен $2000:40=50$, отсюда найдем делимое, умножив делитель на частное: $50\times 72=72\times 50=(72\times 100):2=3600$.

Действия над частным.

а) *Чтобы умножить частное на какое-нибудь число, можно умножить на это число делимое или разделить делитель.*

$$(1875 : 75) \times 4 = (1875 \times 4) : 75 = 7500 : 75 = 100,$$
$$(2540 : 76) \times 19 = 2540 : (76 : 19) = 2540 : 4 = 635.$$

б) *Чтобы разделить частное на какое-нибудь число, можно разделить на это число делимое или помножить делитель.*

$$(6800 : 85) : 8 = (6800 : 8) : 85 = 850 : 85 = 10.$$
$$(2442 : 37) : 6 = 2442 : (37 \times 6) = 2442 : 222 = 11.$$

Правила эти следуют из того, что: а) *частное увеличится в несколько раз, если увеличить в это число раз делимое или уменьшить делитель,* б) *частное уменьшится в несколько раз, если уменьшить в это число раз делимое или увеличить делитель.*

в) *Чтобы умножить какое-нибудь число на частное, можно умножить его на делимое и результат разделить на делитель.*

$$15 \times (12 : 9) = (15 \times 12) : 9 = 180 : 9 = 20.$$

г) *Чтобы разделить какое-нибудь число на частное, надо помножить это число на делитель и результат разделить на делимое.*

$$60 : (20 : 12) = (60 \times 12) : 20 = 720 : 20 = 36.$$

Вывод этих правил основан на изменении частного и произведения при изменении данных чисел в несколько раз. Например:

в) $15 \times (12 : 9)$; если 15 помножим на 12, то второй множитель будет увеличен в 9 раз, потому произведение 15×12 больше истинного в 9 раз, и для получения верного результата надо произведение 15×12 уменьшить в 9 раз;

г) $60 : (20 : 12)$; если 60 разделим на 20, то делитель будет увеличен в 12 раз, потому частное $60 : 20$ меньше истинного в 12 раз, для получения верного результата умножим его на 12.

Изменение произведения и частного от изменения компонентов применяется при решении типовых задач, требующих умножения или деления числа на несколько частей, кратные отношения которых известны (пропорциональная зависимость и пропорциональное деление).

28. Из двух тонн свежих яблок получают 548 *кг* яблочного сока. Сколько яблочного сока получат из 7 *т* свежих яблок?

29. За 3 час. электротрактор может вспахать 2400 *кв. м* площади. За сколько часов вспашут 2 электротрактора площадь 6400 *кв. м*?

30. Для 201 коровы изготовили запас сена из расчета по 16 *кг* сена в день на корову. Для скольких коров хватит запаса вдвое большего, если, увеличив выдачу сочных кормов, выдавать корове сена 8 *кг*?

31. По плану 30 комбайнов должны убрать площадь посева за 10 дней. За сколько дней уберут площадь в 2 раза большую 40 таких комбайнов?

32. Для зимовщиков заготовлен провиант на 15 дней. На сколько дней хватит провианта, если норму выдачи увеличить вдвое, число зимовщиков уменьшить в три раза, а запас провианта увеличить в два раза?

33. Применяя рациональные методы работы, бригада за месяц выдала на гора 8568 *т* угля, в три раза повысив производительность труда и в четыре раза ускорив проходку. Какова была первоначальная производительность труда бригады за месяц?

34. От двух пристаней, расстояние между которыми равно 942 *км*, отошли одновременно навстречу друг другу катер и теплоход. Средняя часовая скорость катера в 5 раз больше средней скорости теплохода. Какое расстояние до встречи прошел катер?

35. Три автомашины перевезли 801 *т* зерна, причем первая машина перевезла в 3 раза меньше, чем вторая, и в 5 раз меньше, чем третья. По скольку тонн зерна перевезла каждая машина, если за поездку каждая перевозила одинаковое количество зерна?

36. Проведенный школьниками анализ почвы показал, что в ее составе песка вдвое больше, чем перегноя, а глины вдвое больше, чем песка. Сколько земли взято для анализа, если глины на 288 *г* больше, чем перегноя?

В существующих программах по арифметике для младших классов предлагается изучить зависимость между компонентами. Свойства произведения и частного в проекте программы школы с трехгодичным сроком обучения записаны. Эти свойства используются на уроках и на внеклассных занятиях при изучении целых чисел. Поэтому мы приводим примеры на свойства произведения и частного, которые можно применять при изучении арифметики

I. Перестановка компонентов умножения и деления

1) $144 \times 16 : 9 = 144 : 9 \times 9 \times 16 : 9$ (если данное число сначала разделить на какое-нибудь число, а затем полученное частное умножить на то же число, то данное число останется без изменения) $= 144 : 9 \times 16 \times 9 : 9$ (переместительность произведения) $= 144 : 9 \times 16$ (если данное число сначала умножить на какое-нибудь число, а затем полученное произведение разделить на это же число, то данное число останется без изменения) $= 144 : 9 \times 16 = 256$ (выполняем деление и умножение).

2) $1458 : 9 : 2 = 1458 : 2 \times 2 : 9 : 2$ (если данное число сначала разделить на какое-нибудь число, а затем полученное частное умножить на то же число, то данное число останется без изменения) $= 1458 : 2 : 9 \times 2 : 2$ (переместительность) $= 1458 : 2 : 9$ (если данное число сначала умножить на какое-нибудь число, а затем полученное произведение разделить на это число, то данное число останется без изменения) $= 729 : 9 = 81$ (делим полученные числа).

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: результат умножения и деления не меняется от перестановки компонентов.

3) $150 \times 70 : 5 = 150 : 5 \times 70 = 30 \times 70 = 2100$.

4) $14\,700 : 20 : 7 = 14\,700 : 7 : 20 = 2100 : 20 = 105$.

II. Умножение числа на частное

1) $40 \times (20 : 8) = 40 \times (20 : 8) \times 8 : 8$ (если данное число сначала умножить на какое-нибудь число, а затем полученное произведение разделить на это же число, то данное число останется без изменения) $= 40 \times [(40 : 8) \times 8]$ (сочетательность произведения) $= 40 \times 20 : 8$ (если данное число сначала умножить на какое-нибудь число, а затем полученное произведение разделить на то же число, то данное число останется без изменения) $= 800 : 8 = 100$ (умножаем и делим полученные числа).

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы умножить данное число на частное, достаточно сначала умножить его на делимое, а затем полученное произведение разделить на делитель.*

2) $125 \times (48 : 25) = 125 \times 48 : 25 = 6000 : 25 = 240$.

3) $64 \times (125 : 8)$.

III. Деление числа на произведение

1) $945 : (9 \times 7) = 945 : 9 \times 9 : (9 \times 7)$ (если данное число разделить на какое-нибудь число, а затем полученное частное умножить на то же самое число, то данное число останется без изменения) $= 945 : 9 : 7 \times 7 \times 9 : (9 \times 7)$ (то же) $= 945 : 9 : 7 \times 9 \times 7 : (9 \times 7)$ (переместительное свойство произведения) $= 945 : 9 : 7 \times (9 \times 7) : (9 \times 7)$ (сочетательное свойство произведения) $= 945 : 9 : 7 =$ (если данное число сначала умножить на какое-нибудь число, а затем полученное произведение разделить на это же число, то данное число останется без изменения) $105 : 7 = 15$ (делим данные числа).

2) $8160 : (80 \times 3) = 8160 : 80 : 3 = 102 : 3 = 34$.

3) $225 : (9 \times 5)$.

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы разделить какое-нибудь число на произведение, достаточно разделить это число на первый сомножитель, полученное частное — на второй, новое частное — на третий и т. д.*

IV. Деление числа на частное

1) $3200 : (800 : 27) = 3200 : 800 \times 800 : (800 : 27)$ (если данное число сначала разделить на какое-нибудь число, а затем полученное частное умножить на то же число, то данное число останется без изменения) $= 3200 : 800 \times 800 \times 27 : 27 \times 800 : (800 : 27)$ (если данное число сначала умножить на какое-нибудь число, а затем полученное произведение разделить на это же число, то данное число останется без изменения) $= 3200 : 800 \times 27 \times 800 : 27 : (800 : 27)$ (переместительное свойство) $= 3200 : 800 \times 27 \times (800 : 27) : (800 : 27)$ (сочетательное свойство) $= 3200 : 800 \times 27$ (если данное число сначала умножить на какое-нибудь число, а затем полученное произведение разделить на это же число, то данное число останется без изменения) $= 4 \times 27 = 108$ (делим и умножаем полученные числа).

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы разделить данное число на частное, достаточно разделить его на делимое, а затем полученное частное умножить на делитель.*

2) $16 : (8 : 25) = 16 : 8 \times 25 = 2 \times 25 = 50$.

3) $72 : (18 : 35)$.

К указанным способам по обоснованию приема устных вычислений близки следующие способы: разложение делителя на множители, последовательное деление и сочетательное свойство с последующим делением.

а) $1890 : 54 = 1890 : (9 \times 3 \times 2) = (1890 : 9) : 3 : 2 = (210 : 3) : 2 = 70 : 2 = 35$.

б) $2800 : 25 : 8 = 2800 : (25 \times 8) = 2800 : 200 = 14$.

V. Деление произведения на число

1) $(3200 \times 120 \times 1000) : 8 = [(8 \times 400) \times 120 \times 1000] : 8$ (так как $3200 = 8 \times 400$) $= (8 \times 400 \times 120 \times 1000) : 8$ (сочетательное свойство произведения) $= (400 \times 120 \times 1000 \times 8) : 8$ (переместительное свойство произведения) $= (400 \times 120 \times 1000) \times 8 : 8$ (сочетательное свойство произведения) $= 400 \times 120 \times 1000$ (если данное число сначала умножить на какое-нибудь число, а затем полученное произведение разделить на это же число, то данное число останется без изменения) $= 48\,000 \times 1000 = 48\,000\,000$.

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы разделить произведение нескольких сомножителей на какое-нибудь число, достаточно разделить на это число один из сомножителей произведения и полученное частное последовательно умножить на каждый из остальных сомножителей.*

2) $(12 \times 50 \times 800) : 4 = (12 : 4) \times 50 \times 800 = 3 \times 50 \times 800 = 120\,000$.

3) $(64 \times 12 \times 25) : 16$

VI. Деление произведения нескольких сомножителей на другое произведение

1) $(350 \times 300 \times 2) : (5 \times 25) = [(5 \times 70) \times (25 \times 12) \times 2] : (5 \times 25)$ (так как $350 = 5 \times 70$, а $300 = 25 \times 12$) $= (5 \times 70 \times 25 \times 12 \times 2) : (5 \times 25)$ (сочетательное свойство произведения) $= (70 \times 12 \times 2 \times 5 \times 25) : (5 \times 25)$ (переместительное свойство произведения) $= (70 \times 12 \times 2) \times (5 \times 25) : (5 \times 25)$ (сочетательное свойство произведения) $= 70 \times 12 \times 2$ (если данное число умножить на какое-нибудь число, полученное произведение разделить на то же число, то данное число останется без изменения) $= 1680$. Умножаем полученные числа.

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы разделить произведение нескольких сомножителей на другое произведение, все сомножители которого входят в первое произведение, достаточно разделить каждый из сомножителей первого произведения на соответствующий сомножитель второго произведения, а затем полученные частные и оставшиеся сомножители от первого произведения перемножить.*

2) $(81 \times 24 \times 10) : (27 \times 12) = (81 : 27) \times (24 : 12) \times 10 = 3 \times 2 \times 10 = 60$.

3) $(96 \times 72 \times 25) : (24 \times 18)$.

VII. Деление, сложение и вычитание

А. 1) $(56\,014 + 49\,028) : 7 = 56\,014 : 7 + 49\,028 : 7$ (деление суммы на число) $= 8002 + 7004 = 15\,006$ (делим данные числа и складываем полученные частные).

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы разделить сумму нескольких слагаемых на данное число, достаточно разделить на него каждое слагаемое и полученные результаты сложить.*

2) $(640 + 1280) : 8 = 640 : 8 + 1280 : 8 = 80 + 160 = 240$.

3) $(497 + 343) : 7$.

Б. 1) $(36\,042 - 18\,024) : 6 = 36\,042 : 6 - 18\,024 : 6$ (деление разности на число).

$6007 - 3004 = 3003$ (делим данные числа и вычитаем полученные частные).

При решении подобных примеров применяется следующее свойство арифметических действий: *Чтобы разделить разность двух чисел на третье число, достаточно разделить на него уменьшаемое и вычитаемое, а затем из первого частного вычесть второе частное.*

2) $(8154 - 3618) : 9 = 8154 : 9 - 3618 : 9 = 906 - 402 = 504$.

3) $(9113 - 5239) : 13$.

В. К указанному способу по обоснованию близок способ вынесения общего делителя за скобки.

1) $675 : 45 + 225 : 45 = (675 + 225) : 45 = 900 : 45 = 20$

2) $948 : 12 - 804 : 12 = (948 - 804) : 12 = 144 : 12 = 12$.

ГЛАВА IV. ПОВТОРЕНИЕ И ДОПОЛНЕНИЕ

В последнее время составлено несколько проектов программы по математике для младших классов начальной школы. В этих проектах предлагается за 3 года изучить не только арифметику, но и элементы алгебры.

Экспериментаторы этих проектов программ утверждают, что дети хорошо усваивают материал, предлагаемый проектом программы с 3-годичным сроком обучения. Следует сказать, что и для IV класса составлен проект программы, материал которого проверяется в школах. По этому проекту ребята изучают не только уравнения первой степени с одним неизвестным, но и отрицательные числа. Экспериментаторы проекта программы IV класса утверждают, что учащиеся хорошо усваивают материал.

За 4 года в младших классах, как показывает экспериментальная работа в школе, можно изучить свойства арифметических действий с включением тем: «Зависимость между компонентами и результатами арифметических действий», «Изменение результатов действий от изменения компонентов» и «Простейшие уравнения». В данной работе мы подробно изложили первую и вторую темы и дали ряд приемов устных вычислений, основанных на законах и свойствах арифметических действий с целыми числами. В повторении мы остановимся на устных вычислениях с применением зависимости между компонентами и результатами действий, изменения результатов действий от изменения компонентов и на простейших уравнениях первой степени.

§ 13. ОСОБЫЕ ПРИЕМЫ УСТНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Предлагаемые приемы основаны на зависимости между компонентами и результатами арифметических действий и на изменении результата действий от изменения компонентов.

Сложение и вычитание

I. Округление одного или нескольких слагаемых основано на изменении суммы от изменения слагаемых

А. Если одно из слагаемых увеличить (или уменьшить) на несколько единиц, а другое слагаемое оставить без изменения, то сумма увеличится (или уменьшится) на столько же единиц.

1) $497 + 328 = 500 - 3 + 328 = 500 + 328 - 3 = 828 - 3 = 825$;

2) $576 + 209 = 576 + 200 + 9 = 776 + 9 = 785$.

Округляя слагаемые, мы увеличиваем (или уменьшаем) его, а следовательно, и сумму на несколько единиц. Чтобы сумма не изменилась, надо уменьшить (или увеличить) ее на столько же единиц.

Решить. *1)* $299 + 435$; *3)* $406 + 257$;
2) $324 + 598$; *4)* $272 + 604$.

Б. Если одно из слагаемых увеличить (или уменьшить) на несколько единиц, а другое слагаемое уменьшить (или увеличить) на столько же единиц, остальные слагаемые оставить без изменения, то сумма не изменится.

1) $196 + 194 = (200 - 4) + (190 + 4) = 200 - 4 + 190 + 4 = 200 + 190 - 4 + 4 = 390$.

2) $69 + 513 = (69 + 13) + (513 - 13) = 82 + 500 = 582$.

Переместили несколько единиц из одного слагаемого в другое, и сумма не изменилась.

Решить. *1)* $693 + 468$; *3)* $197 + 825$;
2) $818 + 196$; *4)* $294 + 399$.

В том случае, когда одно из слагаемых близко к разрядной единице (на несколько единиц больше или меньше), удобнее заменить его разрядной единицей, а в полученный от сложения результат внести необходимую поправку.

II. Округление уменьшаемого или вычитаемого на несколько единиц

А. Если уменьшаемое увеличить или уменьшить на несколько единиц, то разность соответственно увеличится или уменьшится на столько же единиц.

1) $792 - 246 = (800 - 246) - 8 = 554 - 8 = 546$.

Уменьшаемое увеличено на несколько единиц, получившаяся разность должна быть уменьшена на столько же единиц.

2) $603 - 325 = (600 - 325) + 3 = 278$.

Из уменьшаемого вычли несколько единиц, получившаяся разность должна быть увеличена на столько же единиц.

Округляя уменьшаемое, мы увеличиваем (или уменьшаем) его на несколько единиц. Следовательно, и разность увеличивается (или уменьшается) на столько же единиц. Чтобы разность не изменилась, надо ее уменьшить (или увеличить) на столько же единиц.

Решить. 1) 693 — 456; 3) 504 — 368;
2) 392 — 275; 4) 402 — 239;

Б. Если вычитаемое увеличить (или уменьшить) на несколько единиц, то разность соответственно уменьшится (или увеличится) на столько же единиц.

1) $783 - 598 = (783 - 600) + 2 = 183 + 2 = 185$.

Вычитаемое увеличено на несколько единиц, получившаяся разность должна быть увеличена на столько же единиц.

2) $910 - 514 = (910 - 510) - 4 = 400 - 4 = 396$.

Вычитаемое уменьшено на несколько единиц, получившаяся разность должна быть уменьшена на столько же единиц.

Округляя вычитаемое, мы увеличиваем (или уменьшаем) его на несколько единиц, а следовательно, разность уменьшается (или увеличивается) на столько же единиц. Чтобы разность не изменилась, надо ее увеличить (или уменьшить) на столько же единиц.

Решить. 1) 363 — 199; 3) 572 — 205;
2) 741 — 392; 4) 1057 — 602.

Всегда выгоднее округлять вычитаемое, так как разрядное число легче вычитается из любого числа.

III. Округление уменьшаемого и вычитаемого

Если уменьшаемое и вычитаемое увеличить (или уменьшить) на одинаковое число единиц, то разность не меняется.

А. 1) $131 - 96 = (131 + 4) - (96 + 4) = 125 - 100 = 25$;

2) $987 - 192 = (987 + 13) - (192 + 13) = 1000 - 205 = 795$.

В данных примерах уменьшаемое и вычитаемое увеличено на одно и то же число, разность не изменилась.

Решить. 1) 675 — 293; 3) 964 — 498;
2) 845 — 596; 4) 798 — 329.

Б. 1) $752 - 309 = (752 - 9) - (309 - 9) = 743 - 300 = 443$.

В данном примере уменьшаемое и вычитаемое уменьшены на одно и то же число, разность не изменилась.

Решить. 1) 841 — 404; 3) 702 — 539;
2) 672 — 305; 4) 905 — 758.

В. 1) $602 - 398 = (600 + 2) - (400 - 2) = (600 - 400) + 2 + 2 = 200 + 4 = 204$;

2) $903 - 296 = (900 + 3) - (300 - 4) = (900 - 300) + 3 + 4 = 600 + 7 = 607$.

В данных примерах, округляя уменьшаемое, мы уменьшаем разность на несколько единиц, округляя вычитаемое, мы увеличиваем разность на несколько единиц. Следовательно, полученная разность должна быть увеличена на такую сумму единиц, на какую мы уменьшили уменьшаемое и увеличили вычитаемое.

Решить. 1) 403 — 198; 3) 706 — 298;
2) 502 — 295; 4) 706 — 506.

Умножение и деление

I. Умножение

Если один из сомножителей произведения увеличить во сколько-нибудь раз, другой уменьшить во столько же раз, то произведение не изменится. На этом свойстве основывается применение сокращенных способов умножения на 5, 25, 125 и на другие числа, представляющие какую-нибудь часть числа, изображенного единицей с нулями.

А. Умножение числа на 5, 50, 500 и т. д.

Умножение числа на 5, 50, 500 и т. д. заменяется умножением на 10, 100, 1000 и т. д. и делением на 2 полученного произведения или сначала данное число делится на 2, а потом полученное частное умножается на 10, 100, 1000 и т. д.

1) $34 \times 5 = (34 : 2) \times 10 = 17 \times 10 = 170.$

2) $37 \times 5 = (37 \times 10) : 2 = 370 : 2 = 185.$

3) $63 \times 5 = (62 + 1) \times 5 = 62 \times 5 + 1 \times 5 = (62 : 2) \times 10 + 5 = 310 + 5 = 315.$

Решить. 1) 56×5; 3) 426×5; 5) 147×5;
2) 156×5; 4) 49×5; 6) 471×5.

4) $488 \times 50 = (488 : 2) \times 100 = 244 \times 100 = 24\,400;$

5) $18 \times 50 = (18 \times 100) : 2 = 1800 : 2 = 900;$

6) $23 \times 50 = (22 + 1) \times 50 = 22 \times 50 + 1 \times 50 = (22 : 2) \times 100 + 50 = 1150;$

Решить. 7) 16×50; 9) 94×50; 11) 27×50;
8) 56×50; 10) 19×50; 12) 57×50.

7) $48 \times 500 = (48 : 2) \times 1000 = 24 \times 1000 = 24\,000;$

8) $39 \times 500 = (38 + 1) \times 500 = 38 \times 500 + 1 \times 500 = (38 : 2) \times 1000 + 500 = 19 \times 1000 + 500 = 19\,500;$

9) $71 \times 500 = (71 \times 1000) : 2 = 71\,000 : 2 = 35\,500;$

Решить. 13) 32×500; 15) 96×500; 17) 83×500;
14) 78×500; 16) 67×500; 18) 29×500.

Б. Умножение числа на 25, 250, 2500 *и т. д.*

При умножении числа на 25, 250, 2500 и т. д. достаточно данное число умножить на 100, 1000, 10 000 и т. д. и произведение разделить на 4 или сначала данное число разделить на 4 и полученное частное умножить на 100, 1000, 10 000 и т. д.

1) $24 \times 25 = (24 : 4) \times 100 = 6 \times 100;$

2) $37 \times 25 = (36 + 1) \times 25 = 36 \times 25 + 1 \times 25 = (36 : 4) \times 100 + 25 = 925;$

3) $47 \times 25 = 4700 : 4 = 1175.$

Решить. 1) 64×25; 2) 27×25; 3) 67×25.

4) $56 \times 250 = (56 : 4) \times 1000 = 14 \times 1000 = 14\,000$;
5) $74 \times 250 = (72 + 2) \times 250 = 72 \times 250 + 2 \times 250 = (72 : 4) \times 1000 + 500 = 18\,500$.

Решить. 4) 48×250; 5) 35×250; 6) 55×250.

6) $12 \times 2500 = (12 : 4) \times 10\,000 = 30\,000$;
7) $17 \times 2500 = (16 + 1) \times 2500 = 16 \times 2500 + 1 \times 2500 = 42\,500$.

Решить. 7) 28×2500; 8) 84×2500; 9) 13×2500.

В. Умножение на 125, 1250 *и т. д.*

При умножении числа на 125, 1250 и т. д. данное число умножают на 1000, 10 000 и т. д. и полученное произведение делят на 8 или сначала данное число делят на 8 и полученное частное умножают на 1000, 10 000 и т. д.

1) $96 \times 125 = (96 : 8) \times (125 \times 8) = 12 \times 1000 = 12\,000$;
2) $35 \times 125 = (35 \times 125 \times 8) : 8 = (35 \times 1000) : 8 = 35\,000 : 8 = 4375$.

Решить. *1)* 56×125; *3)* 27×125;
2) 64×125; *4)* 42×125.

Г. Умножение числа на 37.

При умножении числа на 37, если данное число кратно 3, то его делят на 3 и умножают на 111.

1) $27 \times 37 = (27 : 3) \times (37 \times 3) = 9 \times 111 = 999$.

Если же данное число не кратно 3, то 37 умножают на ближайшее число, кратное 3, и из произведения вычитают 37 или к произведению прибавляют 37.

2) $23 \times 37 = (24 - 1) \times 37 = (24 : 3) \times (37 \times 3) - 37 = 8 \times 111 - 37 = 888 - 37 = 851$;
3) $28 \times 37 = (27 + 1) \times 37 = 27 \times 37 + 1 \times 37 = 999 + 37 = 1036$.

Решить. *1)* 69×37; *3)* 13×37; *5)* 21×37;
2) 35×37; *4)* 26×37; *6)* 29×37.

II. Деление

Если делимое и делитель увеличить или уменьшить в одинаковое число раз, то частное не изменится. На этом свойстве основывается применение сокращенных способов деления на 5, 25, 125 и другие числа, представляющие какую-либо часть числа, изображенного единицей с нулями.

А. Деление на 5, 50, 500 *и т. д.*

Деление числа на 5, 50, 500 и т. д. заменяется делением на 10, 100, 1000 и т. д. и умножением на 2 полученного частного или сначала делимое умножается на 2, а потом полученное произведение делится на 10, 100, 1000 и т. д.

1) $8740 : 5 = (8740 : 10) \times 2 = 874 \times 2 = 1748$.
2) $2735 : 5 = (2735 \times 2) : (5 \times 2) = 5470 : 10 = 547$.

Решить. *1)* 190 : 5; *3)* 490 : 5; *5)* 475 : 5;
2) 780 : 5; *4)* 945 : 5; *6)* 675 : 5.

3) 197 500 : 50 = (197 500 : 100) × 2 = 3950;
4) 23 750 : 50 = (23 750 × 2) : (50 × 2) = 475;
5) 147 500 : 500 = (147 500 : 1000) × 2 = 295;
6) 437 500 : 500 = (437 500 × 2) : (500 × 2) = 875 000 : 1000 = = 875.

Б. Деление на 25, 250 *и т. д.*

При делении числа на 25, 250 и т. д. достаточно разделить его на 100, 1000 и т. д. и полученные частные умножить на 4 или сначала делимое умножить на 4, а потом полученное произведение разделить на 100, 1000 и т. д.

1) 14 200 : 25 = (14 200 : 100) × 4 = 142 × 4 = 568.
2) 2375 : 25 = (2375 × 4) : 100 = 95.

Решить. *1)* 925 : 25; *3)* 1150 : 25;
2) 625 : 25; *4)* 2075 : 25.

В. Деление числа на 125, 1250 *и т. д.*

При делении числа на 125, 1250 и т. д. достаточно разделить его на 1000, 10 000 и т. д. и полученное частное умножить на 8 или сначала делимое умножить на 8, а потом полученное произведение разделить на 1000, 10 000 и т. д.

1) 35 000 : 125 = (35 000 : 1000) × 8 = 280;
2) 2250 : 125 = (2250 × 8) : (125 × 8) = 18 000 : 1000 = 18.

Умножение, сложение и вычитание

I. Округление одного из сомножителей

Если один из двух сомножителей увеличить или уменьшить на несколько единиц, то произведение соответственно увеличится или уменьшится на число, равное произведению другого сомножителя на прибавляемое или вычитаемое число единиц.

А. Округляем множимое до разрядного числа единиц, отнимая от него несколько единиц, затем умножаем отдельно разрядное число и отнятые единицы на множитель и полученные произведения складываем.

* 402 × 7 = (400 + 2) × 7 = 400 × 7 + 2 × 7 = 2814.

Решить. *1)* 705 × 8; *3)* 508 × 7;
2) 504 × 6; *4)* 814 × 2.

Б. Округляем множимое до разрядного числа, прибавляя несколько единиц, умножаем отдельно разрядное число и прибавленные единицы на множитель и из первого произведения вычитаем второе произведение.

1) 298 × 4 = (300 − 2) × 4 = 1200 — 8 = 1192; *2)* 197 × 3.

Решить. *1)* 192 × 8; *3)* 694 × 4; *5)* 197 × 5;
2) 495 × 3; *4)* 399 × 6; *6)* 296 × 8.

II. Округление множителя

А. Округляем множитель до разрядного числа, уменьшая его на несколько единиц, затем отдельно умножаем множимое на разрядное число и на отнятые единицы и полученные произведения складываем.

$23 \times 1004 = 23 \times (1000 + 4) = 23 \times 1000 + 23 \times 4 = 23\,000 + 92 = 23\,092.$

Решить. *1)* 3×207; *3)* 4×302; *5)* 17×208;
2) 6×515; *4)* 13×7004; *6)* 24×325.

К этому способу сокращенного умножения подходит умножение на 15, 150, на 11, 111, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95.

При умножении на 15 умножают на 10 и прибавляют половину полученного произведения.

* *1)* $386 \times 15 = 386 \times (10 + 5) = 386 \times 10 + (386 \times 10) : 2 = 3860 + 1930 = 5790.$

2) $27 \times 15 = 27 \times (10 + 5) = 27 \times 10 + 27 \times 5 = 270 + (27 \times 10) : 2 = 270 + 235 = 405.$

Решить. *1)* 29×15; *3)* 18×15; *5)* 130×15;
2) 43×15; *4)* 24×15; *6)* 668×15.

При умножении на 150 умножают на 100 и прибавляют половину полученного произведения.

1) $12 \times 150 = 12 \times (100 + 50) = 12 \times 100 + (12 \times 100) : 2 = 1200 + 600 = 1800.$

2) $17 \times 150 = (17 \times 100) + (17 \times 100) : 2 = 1700 + 850 = 2550.$

Решить. *1)* 26×150; *3)* 64×150; *5)* 88×150;
2) 33×150; *4)* 47×150; *6)* 19×150.

При умножении на одиннадцать данное число умножают на десять и к полученному произведению прибавляют данное число.

1) $24 \times 11 = 24 \times (10 + 1) = 24 \times 10 + 1 \times 24 = 240 + 24 = 264.$

2) $45 \times 11 = 45 \times (10 + 1) = 45 \times 10 + 1 \times 45 = 450 + 45 = 495.$

Решить. *1)* 35×11; *4)* 79×11; *7)* 29×11;
2) 63×11; *5)* 71×11; *8)* 38×11.
3) 54×11; *6)* 84×11;

К этому же способу сокращенного умножения подходит умножение на 12.

Б. Округляем множитель до разрядного числа, увеличивая его на несколько единиц, затем умножаем отдельно разрядное число и прибавленные единицы, умноженные на множитель, и из первого произведения вычитаем второе произведение.

* $46 \times 9 = 46 \times (10 - 1) = 46 \times 10 - 46 \times 1 = 460 - 46 = 414.$

Решить. *1)* 24×9; *4)* 87×9; *7)* 43×9;
2) 75×9; *5)* 59×9; *8)* 54×9.
3) 48×9; *6)* 66×9;

К этому же способу сокращенного умножения подходит умножение на 99, 999 и т. п.

При умножении на 9, 99, 999 и т. д. умножают данное число на 10, 100, 1000 и т. п. и из полученного произведения вычитают данное число.

При умножении на 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89 данное число умножается на 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 и из полученного произведения вычитают данное число.

III. Округление слагаемого или уменьшаемого и умножение

А. Округление слагаемых и замена сложения умножением. На основании определения умножения и изменения суммы от изменения слагаемых можно округлять слагаемые до одного и того же разрядного числа, разрядное слагаемое число умножить на число слагаемых и к произведению прибавить или из произведения вычесть разницу, которая получается в результате замены каждого слагаемого разрядным числом.

$97 + 101 + 98 + 96 + 105 = (100 + 100 + 100 + 100 + 100) - 3 + 1 - 2 - 4 - 5 = 100 \times 5 - 3 = 497.$

Решить. *1)* $31 + 33 + 30 + 27 + 29 + 25$;
2) $62 + 64 + 58 + 56 + 65$;
3) $132 + 130 + 133 + 129 + 127$.

Б. Округление уменьшаемого и умножение. Если уменьшаемое можно разложить на два слагаемых, одно из которых является множимым вычитаемого и легко отнимается от уменьшаемого, то вычитание производят следующим образом:

* $1032 - 32 \times 6 = (1032 - 32) - 32 \times 5 = 1000 - 160 = 840.$

Решить. *1)* $206 - 6 \times 13$; *3)* $621 - 21 \times 6$;
2) $1160 - 60 \times 9$; *4)* $856 - 56 \times 7$.

Деление, сложение и вычитание

Округление делимого основано на изменении частного от изменения делимого на несколько единиц.

От увеличения или уменьшения делимого на какое-нибудь число частное увеличивается на частное, полученное от деления прибавленного числа на делитель, или уменьшается на частное, полученное от деления отнятого числа на делитель.

$810\,045 : 9 = (810\,000 + 45) : 9 = 810\,000 : 9 + 45 : 9 = 90\,000 + 5 = 90\,005.$

Решить. *1)* $64\,032 : 16$; *3)* $720\,036 : 18$;
2) $96\,048 : 24$; *4)* $900\,045 : 15$.

§ 14. ПРОСТЕЙШИЕ УРАВНЕНИЯ

Перед изучением простейших уравнений остановимся на записи решения задачи в виде числовой формулы. Формула записи решения задачи имеет большое значение для подготовки учащихся к изучению простейших уравнений.

Однако в методической литературе встречается и недооценка записи решения задачи в виде числовой формулы.

В записи решения задачи в виде числовой формулы указано, какие действия, в каком порядке и над какими числами нужно выполнять, чтобы решить задачу.

Сущность этого приема заключается в следующем. После усвоения условия задачи производится разбор задачи, устанавливается порядок действий, необходимых для решения задачи. После этого каждое действие лишь обозначается, отдельные действия связываются между собой в той последовательности, которая соответствует порядку решения задачи. В результате получается числовая формула, отражающая весь ход разбора задачи и показывающая характер и порядок действий для ее решения.

Упражнения в составлении формул следует начинать на задачах в два действия и постепенно переходить к задачам в три и больше действий, усложняя характер зависимости между данными задачи.

Примеры записи решения задач в виде числовой формулы

I. *Две садовые машины-ямокопатели заменяют труд 28 человек. Труд скольких человек заменяют 5 машин?*

Запись числовой формулой: $28:2\times5=70$ (человек).

II. *Одно звено обрабатывает 3 гектара свеклы, а другое звено обрабатывает 4 гектара. Оба звена вместе собрали 7255 ц свеклы, причем первое звено собрало в среднем с каждого гектара по 1105 ц. Сколько свеклы собрало в среднем с каждого гектара второе звено?*

Запись числовой формулой: $x=(7255-1105\times3):4$.

III. *В питомнике 690 деревьев посажены рядами. В каждом из первых 8 рядов посажено по 30 деревьев, а в каждом из остальных — по 9 деревьев. Сколько рядов занято деревьями?*

Запись числовой формулой: $x=8+(690-30\times8):9$.

IV. *В театре было 840 зрителей. По окончании спектакля часть из них отправилась домой пешком, а часть разместилась в 18 вагонах трамвая, причем в каждый вагон входило на 5 человек больше, чем было в нем мест. Если бы в каждый вагон входило столько народу, сколько было в нем мест, то понадобилось бы еще 3 вагона, причем в последнем вагоне было бы 6 мест свободных. Сколько человек пошли пешком?*

Запись числовой формулой: $x = 840-[(5\times18+6):3+5]\times18$.

V. *Стоимость билетов всех пассажиров теплохода равнялась 1857 руб. Причем было 23 пассажира I класса, плативших за проезд по 20 руб., 78 пассажиров II класса, плативших за проезд по 9 руб., остальные пассажиры III класса. На обратном пути число пассажиров I и II классов не изменилось, а в III классе стало меньше на 32 человека. За обратный проезд на теплоходе касса выручила 1697 руб. Сколько было пассажиров III класса первоначально?*

Запись числовой формулой: $x=[1857-(20\times23+9\times78)]:[(1857-1697):32]=139$.

Начинать ознакомление учащихся с записью решения задачи в виде числовой формулы следует с задачи, где формула несложна, и постепенно увеличивать количество данных, необходимых для решения задач.

Запись решения задачи в виде числовой формулы не только имеет большее значение для изучения простейших уравнений. Она помогает выработать умение охватить одной формулой ряд действий, связанных конкретным материалом задачи. Эта работа весьма ценна, как подготавливающая учащихся к составлению алгебраических формул.

Существующая программа, а также и проект программы с трехгодичным сроком обучения для младших классов школы рекомендуют при решении примеров и задач выполнять «запись решения задач в виде числовой формулы». Следует заметить, что встречается название и «запись решения задачи арифметической формулой».

Кроме записи решения задачи в виде числовой формулы, для составления простейших уравнений большое значение имеет решение задач, выраженных в косвенной форме.

В первом десятке начинается подготовка к уравнениям. Когда учащиеся решают примеры на угадывание числа («закрыть форточку», как часто называют малыши примеры с незаполненными квадратиками), задачи на угадывание задуманных чисел — все эти упражнения являются первой ступенью подготовки к решению уравнений. В это время учащиеся составляют формулы решения простых задач, сначала обозначая искомую величину так же, как и в примерах с квадратиком, затем знаком вопроса и потом буквой x. Например:

* *У Маши было 8 слив. Несколько слив она отдала сестре. У нее осталось 5 слив. Сколько слив Маша отдала сестре?*

Запись решения задачи: $8 - \square = 5$,

или позже: $8 - x = 5$.

При записи решения задачи в виде формулы учащиеся привыкают выделять в задаче неизвестное, обозначив его через x, выражать зависимость между ним и остальными величинами, входящими в условие задачи. На задачах с «задуманными числами» легко показать учащимся составление формулы: действия подсказаны условием задачи. Например:

* *Задумано число больше* 10. *От него отняли* 8, *полученную разность умножили на* 2 *и получили* 10. *Какое число задумано?*

Запись: $(x-8)\times 2=10$. Учащиеся рассуждают примерно так: после умножения разности на 2 получили 10, значит, умножали число 5, т. е. разность равнялась 5. 5 получили после того, как из задуманного числа вычли 8, следовательно, задуманное число было на 8 больше, т. е. $8+5=13$.

Приведем задачу с конкретным содержанием.

* *На тарелке было несколько орехов, добавили еще* 20 *орехов и все орехи разделили пятерым детям. Каждый получил по* 6 *орехов. Сколько орехов лежало на тарелке?*

Запись решения задачи: $(x+20):5=6$. Когда учащиеся будут знать зависимость между компонентами, они будут применять свои знания в этой области при решении подобных примеров и задач.

Для решения уравнений необходимо использовать знание учащимися составления алгебраической формулы, зависимость между компонентами и изменение результата действий от изменения компонентов.

Задача на сложение.

* *В огороде было* 180 *грядок разных овощей, потом добавили еще несколько грядок, после чего в огороде стало* 200 *грядок. Сколько грядок было добавлено?*

Можно, конечно, сразу ответить, что добавлено было 20 грядок. Но разберемся в решении этой задачи. Обозначив неизвестное число добавленных грядок какой-нибудь буквой, например буквой x, рассуждаем так: к 180 грядкам добавили x грядок, стало $180+x$ грядок, но по условию это число равно 200; следовательно, мы можем записать равенство:

$$180 + x = 200.$$

Эта запись условия задачи показывает и способ ее решения, а именно: имеется сумма двух слагаемых, из которых x — неизвестное слагаемое, сумма же равна 200. Из арифметики известно, что каждое из двух слагаемых равно сумме без другого слагаемого. Поэтому $x=200-180$; $x=20$.

П р о в е р к а. $180+20=200$.

Итак, решение этой задачи основано на использовании зависимости между слагаемыми и суммой — именно на том факте, что

$$\text{если } a + b = c, \text{ то } b = c - a,\ a = c - b, \text{ где}$$
$$a,\ b \text{ — слагаемые, } c \text{ — сумма.}$$

Рассмотрим задачу на вычитание.

* *После того как поезд прошел* 168 *км из всего расстояния между городами, ему осталось идти еще* 483 *км. Определить расстояние между городами.*

Обозначив расстояние между городами (в *км*) буквой x, можем записать условие задачи так: $x-168=483$; здесь x — уменьшаемое, 168 — вычитаемое, 483 — остаток.

Но из арифметики известно, что уменьшаемое равно сумме вычитаемого и остатка (разности). Поэтому $x=168+483$; $x=651$ (*км*).

Мы использовали свойство вычитания, которое может быть записано в общем виде так:

$$\text{если } a - b = c, \text{ то } a = b + c.$$

Изменим условие этой же задачи. *Расстояние между городами A и B равно 651 км. На какое расстояние от города A отошел поезд, если ему осталось идти до города B 483 км?*

Обозначив неизвестное расстояние (в *км*) поезда от A через x, условие задачи записывают так: $651-x=483$. В этом равенстве x — неизвестное вычитаемое, 651 — уменьшаемое, 483 — остаток, но из арифметики известно: вычитаемое равно уменьшаемому минус разность (остаток). Итак, $x=651-483$; $x=168$.

Использованное свойство вычитания записывается в общем виде так:

$$\text{если } a-b=c, \text{ то } b=a-c.$$

Решим задачу на умножение.

* *Поезд, идя с постоянной средней скоростью 45 км в час, за несколько часов прошел 135 км. Сколько часов он шел?*

Обозначив неизвестное число часов через x. Записываем условие в виде равенства. Расстояние, пройденное поездом за x часов, равно $45\,x$ *км* и равно по условию 135 *км*. Получается равенство: $45x=135$; здесь 45 и x — сомножители, 135 — произведение. Из арифметики известно, что каждый из двух сомножителей равен произведению, деленному на другой сомножитель (при условии, что другой сомножитель не равен нулю).

Решение задачи: $x=135:45$; $x=3$. Записывают это свойство произведения:

$$\text{если } ab=c \text{ и } b\neq 0 \text{ (не равно нулю), то } a=\frac{c}{b}.$$

Задача на деление.

* *Некоторое расстояние поезд прошел за 3 часа. Средняя скорость его 45 км в час. Какое расстояние прошел поезд?*

Обозначим неизвестное расстояние (в *км*) какой-нибудь буквой, например буквой x. Время движения (в часах) равно расстоянию x, деленному на скорость, т. е. $\frac{x}{45}$, но по условию время движения равно 3 час. Следовательно, $\frac{x}{45}=3$. В этом равенстве x — делимое, 45 — делитель, 3 — частное. Из арифметики известно, что делимое равно произведению делителя на частное. Поэтому $x=45\times 3$; $x=135$. Мы использовали следующее свойство деления:

$$\text{если } a:b=c, \text{ то } a=bc.$$

Решить уравнение — это значит найти то число, от подстановки которого вместо неизвестной буквы уравнение обращается в верное равенство. Такое число называется корнем или решением уравнения.

Тождествами называются равенства, справедливые для любых допустимых значений входящих в них букв, т. е. *при всех значениях букв, при которых обе части тождества имеют определенное числовое значение, а также справедливые числовые равенства.* Например: $a+b=b+a$, $35:7+4=18:2$.

Необходимо давать учащимся упражнения на выделение из ряда данных равенств: а) уравнений и б) тождеств, посредством подстановки вместо букв — чисел или буквенных выражений.

Например: $a(b-c)=ab-ac$ и $5x-8=42$.

Все равенства, выражающие основные законы и свойства действий, являются тождествами.

При решении уравнений необходимо выполнить проверку полученного решения (корня), так как ошибки в вычислениях и преобразованиях всегда возможны. Подстановка в уравнение вместо неизвестного найденного решения должна обратить уравнение в тождество.

Решение	Проверка
$5x=8+42$	$5\cdot 10=8+42$
$5x=50$	$50=50$ (тождество)
$x=10$	

Уравнение состоит из двух алгебраических выражений, соединенных знаком равенства. Выражение, находящееся по левую сторону от знака равенства, называется левой частью уравнения; выражение, находящееся по правую сторону знака равенства,— правой частью уравнения.

К изучению простейших уравнений можно перейти от арифметических задач.

Задача. *Задумано число, разделим его на 3, из частного вычтем 5, в остатке получим 15. Какое число задумано?*

Арифметическое решение задачи довольно сложно. Задуманное число разделено на 3, т. е. взята его третья часть. После вычитания из нее 5 осталось 15, до вычитания третья часть задуманного числа равнялась $15+5=20$, искомое число равно $20\times3=60$. При арифметическом способе решения трудно записать условие задачи в математических символах. Условие требует сложного разбора для решения задачи. Алгебраический способ решения, при котором для неизвестного числа вводится обозначение x, позволяет сделать удобную четкую запись условия, из которой видно, как решать задачу.

Обозначив задуманное число через x, записываем условие:

$$\frac{x}{3}-5=15,$$

решение уравнения начинается с использования зависимости между компонентами вычитания. Уменьшаемое $\frac{x}{3}$ равно сумме вычитаемого и остатка: $\frac{x}{3}=5+15$; $\frac{x}{3}=20$.

Дальше применяется зависимость между компонентами деления: делимое x равно произведению делителя на частное (или частного на делитель): $x=3\times20$; $x=60$.

Запись всего хода решения должна быть четкой, например:

1. Составление уравнения.

Задуманное число есть x; третья часть задуманного числа $\frac{x}{3}$; третья часть числа x, уменьшенная на 5, равна $\frac{x}{3}-5=15$.

2. Запись решения уравнения.

При объяснении решения уравнения, основанном на использовании свойства арифметических действий, постепенно записывается ход вычислений: $\frac{x}{3}-5=15$;

$$\frac{x}{3}=5+15,\quad \frac{x}{3}=20;$$

$$x=20\times3;\quad x=60.$$

При записи вычислений каждое уравнение должно, согласно определению, состоять из двух выражений, соединенных знаком равенства.

Решение уравнений начинается с устного решения простейших примеров на определение компонентов четырех действий. Подбирая примеры, надо ввести в вычисления различные приемы устного счета как общие, так и особые. Например:

$$x+98=250;\ 99+x=320;\ x:25=56;\ 302-x=75 \text{ и т. д.}$$

Решение каждого примера учащиеся объясняют на основании зависимости между компонентами действий; так, $x:25=56$ решается и объясняется свойствами компонентов деления: делимое равно произведению делителя и частного. $25\times56=56\times25$ (переместительность умножения).

Объяснение вычисления может быть следующим: если множимое 56 разделим на 4, а множитель 25 умножим на 4, произведение не изменится ($56:4$, 25×4), т. е. $x=56\times25$; $x=(56:4)\times(25\times4)$; $x=14\times100$; $x=1400$.

Домашнее задание должно содержать примеры той же категории, но с бóльшими числами. Здесь надо обратить внимание на применение более трудных случаев письменных вычислений, например на деление с нулями на конце, в середине частного и т. п. Пример: $54\,756:x=$ $=507$ и т. п.

Вместе с решением примеров на уравнения надо предлагать учащимся и простейшие задачи на составление уравнений, соблюдая в подборе задач постепенность в отношении трудности содержания. Примеры задач:

К 199 *прибавили неизвестное число и получили* 286. *Найти неизвестное число.*

Условие примеров может быть предложено в разных формулировках, например:

1) К неизвестному числу x прибавили 98 *и получили* 250, *найти x.*

2) К 99 *прибавили неизвестное число (некоторое число) и получили* 320, *найти неизвестное число.*

3) Задуманное число разделили на 25 *и получили* 56, *какое число задумали?*

4) Какое число надо отнять от 302, *чтобы получилось* 75? *И др.*

Формулировки 1, 2, 3 указывают, какое действие выполняется над искомым числом, названия которого в этих формулировках мало чем отличаются одно от другого. Здесь видно, каким компонентом является неизвестное число. Условия примеров в этих формулировках легко записываются учащимися под диктовку учителя. Формулировка 4-я несколько сложнее, так как прежде чем записать условие примера учащийся должен подумать, каким компонентом является это «какое число», на какое место в уравнении надо его поставить.

Например, указанный выше пример 4 «Какое число надо отнять от 302, чтобы получить 75» может быть записан в виде уравнения только тогда, когда учащийся выяснит для себя, что неизвестное число x служит вычитаемым. Получается уравнение: $302-x=75$. Решение объясняется так: x — вычитаемое — находится посредством вычитания разности 75 из уменьшаемого 302. Вычисление $x=302-75$ может быть объяснено свойствами вычитания. 302 представляем как сумму $300+2$. Чтобы вычесть 75 из этой суммы, надо вычесть 75 из слагаемого 300, результат сложить с числом 2.

Вычисления идут в таком порядке: $x=302-75$; $x=$ $=(300+2)-75$; $x=(300-75)+2$; $x=225+2$; $x=227$.

Постепенно усложняя примеры на решение уравнений, после примеров на одно действие переходят к решению и составлению примеров на два действия, например: $4x-29=111$; $795-2x=545$; $(18+x)\times3=201$ и т. д.

Пример: $(18+x)\times3=201$.

Решение. $(18+x)=201:3$; $18+x=67$; $x=67-18$; $x=49$.

Желательно решение всякого уравнения проверять, подставив значение корня в заданное уравнение (в его первоначальной форме). Подставив 49 вместо x, имеем: $(18+49)\times3=201$. Является ли это равенство тождеством (верным равенством)? $18+49=67$; $67\times3=201$; $201=201$.

Найденное значение корня подставляется в данное уравнение, в котором не сделаны преобразования, так как последние могут внести в решение уравнения ошибки.

Для составления уравнения, решаемого двумя действиями, можно дать задачи аналогично следующей.

* *Если неизвестное число уменьшить в* 12 *раз и от результата отнять* 84, *то останется* 16. *Найти неизвестное число.*

1. Составление уравнения.

Обозначим неизвестное число через x; x, уменьшенное в 12 раз, равно $\frac{x}{12}$; вычитая из $\frac{x}{12}$ число 84, находим разность $\frac{x}{12}-84$.

По условию

$$\frac{x}{12}-84=16.$$

2. Решение уравнения.

$\frac{x}{12}-84=16$; $\frac{x}{12}=84+16$, так как уменьшаемое равно вычитаемому, сложенному с разностью, т. е. $\frac{x}{12}=100$.

Но делимое x равно произведению делителя и частного:

$$x=12\times 100; \quad x=1200.$$

Корень 1200 может быть проверен с помощью подстановки его в уравнение $\frac{x}{12}-84=16$.

Для решения и составления уравнений берутся дальше задачи с тремя и большим числом действий и более трудными условиями.

Например, решить уравнение: $x\times 3-74\,000+4000=$ $=200\,000$.

Рассматривая левую часть уравнения как сумму, находим, что неизвестное слагаемое $(x\times 3-74\,000)$ равно сумме 200 000 без другого слагаемого 4000. Итак,

$$x\times 3-74\,000=200\,000-4000; \qquad 3x-74\,000=196\,000;$$

уменьшаемое $3x$ равно вычитаемому 74 000, сложенному с остатком:

$$3x=74\,000+196\,000; \quad 3x=270\,000,$$

сомножитель x равен произведению 270 000, деленному на другой сомножитель 3;

$$x=270\,000:3; \quad x=90\,000.$$

Проверка корня уравнения (90 000):
левая часть $90\,000\times 3-74\,000+4000=270\,000-$ $-74\,000+4000=200\,000$;

правая часть также равна 200 000,

200 000 = 200 000, получили тождество.

Рассмотрим еще пример для составления уравнения.

Седьмую часть числа 42 000 увеличили в 8 раз, полученное число уменьшили на некоторое число и получили 6000.

Искомое вычитаемое обозначаем через x. Составляем уравнение:

1) делим 42 000 на 7; получаем частное $\frac{42\,000}{7}$;

2) это частное увеличиваем в 8 раз: $\frac{42\,000}{7} \times 8$;

3) от полученного произведения отнимаем x:

$$\frac{42\,000}{7} \times 8 - x;$$

4) по условию это выражение равно 6000, т. е.

$$\frac{42\,000}{7} \times 8 - x = 6000.$$

Решение. Выполнив вычисления над известными числами, получим: $6000 \times 8 = 48\,000$.

Уравнение примет такой вид:

$$48\,000 - x = 6000.$$

Неизвестное вычитаемое равно уменьшаемому минус разность:

$$x = 48\,000 - 6000; \quad x = 42\,000.$$

Проверка корня 42 000.

Вычисляем левую часть:

$$\frac{42\,000}{7} \times 8 = 6000 \times 8 = 48\,000; \qquad 48\,000 - 42\,000 = 6000;$$

$$6000 = 6000.$$

Полученное тождество показывает, что корень $x = 42\,000$ найден правильно.

Решение задач при помощи составления уравнений важно в образовательном отношении, так как этот метод решения задач способствует упрощению некоторых вопросов практического и научного характера; решение задач при помощи составления уравнений подготовляет к систематическому курсу математики.

Решение задач при помощи составления уравнений состоит из трех частей: 1) составления уравнения из условия задачи, 2) решения уравнения, 3) проверки решения.

Задача. *Один экскаватор вынул 680 куб. м грунта. Вместе с третьей частью грунта, вынутого вторым экскаватором, это составило 1580 куб. м. Сколько грунта вынуто вторым экскаватором?*

1. Составление уравнения. Вторым экскаватором вынуто x *куб. м.* Третья часть вынутого грунта — $\frac{x}{3}$ *куб. м.* Согласно условию 680 *куб. м* и $\frac{x}{3}$ *куб. м* составляют 1580 *куб. м.*

Уравнение: $680+\frac{x}{3}=1580.$

2. Решение уравнения. $\frac{x}{3}=1580-680$; $\frac{x}{3}=900$, на основании зависимости между компонентами сложения; $x=3\times900$; $x=2700$ — на основании зависимости между компонентами деления.

3. Проверка: $\frac{x}{3}=\frac{2\,700}{3}$; $\frac{x}{3}=900$; $680+900=1\,580$; $1580=1580$. Задача решена правильно.

Дальше решаются задачи, требующие последовательного выполнения нескольких действий. Например:

Если задуманное число разделить на 5, к частному прибавить 18 и полученную сумму разделить на 2, то получится 45. Какое число задумано?

1. Составление уравнения. Задуманное число x единиц, если x разделить на 5, получится $\frac{x}{5}$; к этому числу надо прибавить 18, получится $\frac{x}{5}+18$, полученную сумму надо разделить на 2: $(\frac{x}{5}+18):2$. Результат по условию равен 45. Получается уравнение: $(\frac{x}{5}+18):2=45$.

2. Решение. $\frac{x}{5}+18=2\times45$ (делимое равно произведению делителя и частного); $\frac{x}{5}+18=90$; $\frac{x}{5}=90-18$ (слагаемое равно сумме без другого слагаемого); $\frac{x}{5}=72$;

$x=5\times72$; $x=360$ (делимое равно произведению делителя и частного).

3. Проверка решения: $\frac{x}{5}=\frac{360}{5}$; $\frac{x}{5}=72$; $72+18=90$; $90:2=45$. Задача решена правильно.

Аналогичная задача с конкретным условием.

Турист половину намеченного маршрута ехал в поезде, на 10 км меньше этого расстояния проехал на теплоходе и пешком прошел расстояние в 4 раза меньшее, чем проплыл на теплоходе, именно 15 км. Какой маршрут был намечен?

1. Составление уравнения. Маршрут составлял x *км*; $x:2=\frac{x}{2}$; половину маршрута надо уменьшить на 10, получаем: $\frac{x}{2}-10$; это расстояние уменьшаем в 4 раза: $\left(\frac{x}{2}-10\right):4$. По условию последнее выражение равно 15: $\left(\frac{x}{2}-10\right):4=15$.

2. Решение уравнения: 1) $\left(\frac{x}{2}-10\right)=4\cdot15$; 2) $\frac{x}{2}-10=60$; 3) $\frac{x}{2}=10+60$; 4) $\frac{x}{2}=70$; 5) $x=2\times70$; $x=140$.

Первое и пятое действия объясняются зависимостью между компонентами деления, третье — зависимостью между компонентами вычитания.

3) Проверка: $\frac{1}{2}$ расстояния, равного 140 *км*, равна 70 *км*, $70-10=60$ (*км*); $60:4=15$ (*км*). Задача решена правильно.

Задача. *Отец старше сына на 25 лет, сумма лет обоих 55. Сколько лет каждому?*

Задача решается двумя способами.

Первый способ.

1. Составление уравнения. Если сыну x лет, то отцу $x+25$, сумма лет обоих $x+(x+25)=55$ по условию.

2. Решение уравнения. $x+(x+25)=x+x+25$ (прибавление суммы); $x+x+25=2x+25$; $2x+25=55$.

$2x=55-25$ (зависимость между компонентами сложения);

$2x=30$; $x=30:2$ (зависимость между компонентами умножения);

$x=15$; $x+25=40$.

3. Проверка. Возраст отца $15+25=40$; сумма лет обоих (отца и сына): $15+40=55$. Отец старше сына на $(40-15=25)$ 25 лет. Задача решена правильно.

Второй способ.

1. Составление уравнения. x — возраст отца, $x-25$ — возраст сына, сумма лет обоих $x+(x-25)$; по условию $x+(x-25)=55$.

2. Решение уравнения. $x+(x-25)=x+x-25$ (прибавление разности); $x+x-25=2x-25$; $2x-25=55$; $2x=25+55$ (зависимость между компонентами вычитания); $2x=80$; $x=40$; $x-25=15$.

3. Проверка. Возраст отца 40, возраст сына 15. Отец старше сына на $40-15=25$ (лет). Сумма лет обоих $15+40=55$. Задача решена правильно.

Задача. *В иностранном отделе библиотеки было* 23 000 *книг: французских, немецких и английских; французских и немецких книг было поровну, а английских на* 4000 *книг меньше, чем французских. Сколько книг было французских, немецких и английских отдельно?*

1. Составление уравнения. В этой задаче три величины неизвестны. Но две из них — число французских и немецких книг — одинаковы. Каждую из них можно обозначить через x. Английских было на 4000 меньше, чем французских. Если через x обозначим число французских книг, то число английских книг будет обозначено $(x-4000)$ книг; принятые обозначения записываем:

французских	x книг
немецких	x книг
английских	$(x-4000)$ книг

Уравнение: $x+x+(x-4000)=23\,000$.

2. Решение. $x+x+x-4000=23\,000$ (прибавление разности); $3x-4000=23\,000$; $3x=23\,000+4000$ (зависимость между компонентами вычитания); $3x=27\,000$; $x=27\,000:3$; $x=9000$; $x-4000=9000-4000=5000$.

3. Проверка. $9000+9000+5000=18\,000+5000=23\,000$.

Ответ. 9000 книг французских; 9000 книг немецких; 5000 книг английских.

Задача. *Сын моложе отца на* 33 *года и моложе матери на* 24 *года. Сумма лет всех троих равна* 102 *годам. Сколько лет каждому?*

Уравнение может быть составлено тремя способами, так как за неизвестное число x может быть принято каждое из трех искомых чисел. Как мы сейчас покажем, удобнее всего обозначить через x меньшее из искомых чисел, т. е. возраст сына.

Приведем краткое решение задачи.

1-й способ. Возраст сына — x; возраст матери — $x+24$; возраст отца — $x+33$. Сумма лет всех троих есть $x+(x+24)+(x+33)=3x+57$; $3x+57=102$; $3x=102-57$; $3x=45$; $x=15$; $x+24=39$; $x+33=48$.

2-й способ. Возраст матери — x; возраст сына — $x-24$; возраст отца — $x-24+33$.
$x+(x-24)+(x-24+33)=102$; $x+x-24+x-24+33=$ $=102$; $3x-15=102$; $3x=15+102$; $3x=117$; $x=\frac{117}{3}=$ $=39$ и т. д.

3-й способ. Возраст отца — x; возраст сына — $x-$ -33; возраст матери — $x-33+24$; $x+(x-33)+(x-33+$ $+24)=102$; $3x-42=102$; $3x=144$; $x=48$ и т. д.

Проверяя решение задачи, необходимо убедиться, подходят ли полученные числа ко всем частям условия задачи, т. е.:

а) Равна ли сумма их 102?

б) Равна ли разность возрастов отца и сына 33?

в) Равна ли разность возрастов матери и сына 24?

а) $48+39+15=102$; б) $48-15=33$; в) $39-15=24$. Получены числа, данные в условии задачи, следовательно, задача решена правильно.

Задача. *Длина прямоугольника в 2 раза больше ширины; периметр его 2 м 70 см. Найти длину и ширину прямоугольника.*

Задача решается двумя способами, так как за неизвестное число x можно принять или длину, или ширину прямоугольника.

1-й способ. Ширина прямоугольника x (*см*), длина прямоугольника $x\times2=2x$ (*см*). Периметр: $x+2x+x+$ $+2x=270$.

Здесь надо обратить внимание учащихся на то, что числа неизвестные и данные должны быть выражены в одном наименовании, но наименование в уравнении не ставится.

$6x=270$; $x=270:6$; $x=45$ (ширина в *см*); $2x=45\times2$; $2x=90$ (*см*); ответ: длина — 90 *см*; ширина — 45 *см*.

2-й способ. Длина прямоугольника x (*см*), ширина в 2 раза меньше, т. е. $x:2=\frac{x}{2}$ (*см*); $x+\frac{x}{2}+x+$ $+\frac{x}{2}=270$; $3x=270$; $x=90$ *см*; $90:2=45$ (*см*).

Для проверки решения надо узнать:

а) составляет ли периметр прямоугольника 270 *см*?

$$90\ см + 45\ см + 90\ см + 45\ см = 270\ см;$$

б) составляет ли кратное отношение длины к ширине 2?

$$90\ см : 45\ см = 2.$$

Задача решена правильно.

Задача. *В пионерлагере «Орленок» в 4 раза больше школьников, а в пионерлагере «Стрелок» в 2 раза больше школьников, чем в пионерлагере «Дружба». Всего в трех пионерлагерях было 1890 школьников. Сколько школьников было в каждом лагере?*

1. Составление уравнения. Число школьников пионерлагеря «Дружба», меньшего по численности, обозначаем через x (шк.). Число школьников лагеря «Стрелок» в 2 раза больше: $x\times 2=2x$ (шк.), а число школьников лагеря «Орленок»: $x\times 4=4x$ (шк.). По условию задачи в трех лагерях вместе 1890 школьников.

Уравнение: $x+2x+4x=1890$.

2. Решение уравнения. Заменяем три слагаемых с неизвестным x их суммой: $x+2x+4x=7x$; $7x=1890$. Находим x — неизвестный сомножитель: $x=1890:7$; $x=270$.

$$2x = 270 \times 2; \qquad 2x = 540;$$

$$4x = 270 \times 4; \qquad 4x = 1080.$$

3. Проверка. $270+540+1080=1890$.

В трех лагерях 1890 школьников, противоречия с условием задачи нет. Задача решена правильно. Ответ: 270 шк., 540 шк., 1080 шк.

Задача. 6 книг по арифметике и 4 книги по физике стоят 3 руб. 42 коп. Сколько стоила в отдельности одна книга по арифметике и одна книга по физике, если книга по арифметике дешевле книги по физике на 13 коп.?

1-й способ решения. x коп. стоила книга по арифметике, 6 книг стоили $x\times 6=6x$ (коп.). Книга по физике на 13 коп. дороже, т. е. $(x+13)$ коп. стоила книга по физике; 4 книги стоили $(x+13)\times 4$. По условию стоимость книг, т. е. сумма $6x+(x+13)\times 4$ составляет 3 руб. 42 коп. Уравнение: $6x+(x+13)\times 4=342$; $6x+4x+$ $+52=342$; $10x=342-52$; $10x=290$; $x=290:10=29$; $x=29$ коп.; 29 коп.— цена книги по физике, по арифметике — $29+13=42$ (коп.).

Проверка. 29 коп.$\times 6=1$ руб. 74 коп.;

42 коп. $\times$ 4 = 1 руб. 68 коп;

1 руб. 74 коп. + 1 руб. 68 коп. = 3 руб. 42 коп.;

42 коп. — 13 коп. = 29 коп.

2-й способ решения. x коп. стоит книга по физике, $(x-13)$ коп.— книга по арифметике. $x\times 4+(x-$ $-13)\times 6=342$; $4x+6x-78=342$; $10x-78=342$; $10x=$ $=78+342=420$; $x=420:10=42$; 42 копейки платили за книгу по физике; 42 коп.$-$13 коп.$=$29 коп. платили за книгу по арифметике.

Задачи с задуманными числами бывают двух видов: или по ответу, полученному в результате выполнения всех указанных действий, находится задуманное число, или же получается один и тот же ответ, независимо от значения задуманного числа.

Надо показать детям, как можно составить такие задачи. Школьники знают, что задачи с задуманными числами легко записываются уравнением и решаются на основании зависимости между компонентами действий. Например:

Задача. *Задумано число, к нему прибавлено* 180, *сумма умножена на* 2, *произведение отнято от* 500, *получено в ответе* 100. *Какое число задумано?*

Уравнение: $500-(x+180)\times 2=100$.

1-е решение. $(x+180)\times 2=500-100$; $(x+180)\times$ $\times 2=400$; $x+180=400:2$; $x+180=200$; $x=200-180$; $x=20$.

2-е решение. $500-2x-360=100$; $140-2x=100$; $2x=140-100$; $2x=40$; $x=20$.

Проверка. $20+180=200$; $200\times 2=400$; $500-$ $-400=100$.

С большим интересом решаются задачи, где каждый ученик задумывает свое число, производит указанные действия, по полученному им ответу учитель называет задуманное им число, или же учитель называет получившийся у всех одинаковый ответ. Например:

З а д а ч а. *Задумай число. Утрой его (умножь на* 3). *Прибавь* 150. *Полученную сумму раздели на* 3. *Отними* 40. *Скажи, сколько получилось. (Разность должна получиться на* 10 *больше задуманного числа.)*

$$(3x + 150) : 3 - 40.$$

Мы не даем здесь правой части уравнения, так как у каждого из учеников в зависимости от значения задуманного числа будет получаться своя разность. Если учащийся скажет, что у него получилось 70, значит, задумал 60; если получил 12, значит, задумал 2. Например, получена разность 42.

У р а в н е н и е: $(3x+150) : 3 - 40 = 42$.

Р е ш е н и е. $(3x+150) : 3 = 42+40$; $(3x+150) : 3 = 82$; $3x+150 = 82 \times 3$; $3x+150 = 246$; $3x = 246 - 150$; $3x = 96$; $x = 32$.

Задумано: $42 - 10 = 32$.

Для объяснения решения таких задач учитель упрощает с детьми составленную формулу решения задачи:

$$(3x + 150) : 3 - 40 = x + 50 - 40 = x + 10.$$

Учащиеся видят, что после того как будут произведены указанные в задаче действия и после вычитания 40 получится сумма задуманного числа и 10, т. е. число на 10 больше задуманного.

Чтобы получить одинаковый ответ у всех учащихся независимо от значения задуманного числа, надо составить такую формулу, которая после упрощения не содержала бы x. Например, для ответа 7 можно составить задачу по следующей формуле:

$$(x + 28) \times 2 - 49 - 2x.$$

После упрощения получаем: $2x+56 - 49 - 2x = 7$. Следовательно, задача была следующая:

Задумай число, прибавь к нему 28, *полученную сумму умножь на* 2 *(или удвой), затем отними* 49, *отними удвоенное задуманное число. В ответе должно получиться* 7, *какое бы число ни было задумано.*

Упражнения

1. Составить задачи на задуманные числа к следующим уравнениям:

$$(x + 70) \times 2 - 100 = 300.$$

$$[(x \times 20 - 17) + 97] : 4 = 70.$$

$$[(x : 5 + 89) \times 2 - 99] \times 3 = 303.$$

2. Проверить и объяснить, почему так получается:

1) Если задумать число, прибавить 80, отнять 50, умножить на 2 и отнять 60, в ответе получится удвоенное задуманное число.

2) Если задуманное число умножить на 3, прибавить 90, разделить на 3 и прибавить 8, то получится число на 38 больше задуманного.

3) Если задуманное число умножить на 4, прибавить 149, от полученной суммы отнять 89, разность разделить на 4 и отнять задуманное число, то получится 15.

3. $x + 399 = 701$ $\quad 23 \times x = 11\,569$ $\quad x : 125 = 328$

$x - 491 = 127$ $\quad x \times 34 = 62\,220$ $\quad 75\,300 : x = 75$

$203 - x = 98$ $\quad x : 25 = 560$ $\quad 208\,120 : x = 344$

4. $x + (709 + 998) = 2500$

$(103\,428 : 507) \times x = 19\,992$

$(5100 - 3983) + x + 8999 = 11\,116$

$(144 \times 87 \times 25) : x = 8700$

5. $x + 13 + 4x = 93$ $\quad 11x + 54 = 76$

$2x - 8 + 5x = 97$ $\quad 160 - 9x = 97$

$x + (20 - 2x) = 11$ $\quad 2 \times (x - 5) = 58$

$6 - (x - 7) = 2$ $\quad (45 - x) \times 3 = 102$

$$(x - 12) : 2 = 70$$

$$(36 - x) : 3 = 11$$

$$x : 8 - 47 = 33$$

$$102 : x + 87 = 104$$

6. $5 \cdot (x + 4) + 108 = 158$

$10 \cdot (8 - x) - 3 = 37$

$6 + 3 \times (x - 15) = 102$

$(x : 3 - 13) \times 5 = 130$

$(70 : x + 10) : 3 = 8$

$(60 - 40 : x) : 5 = 11$

7. $2x + (12 - x) = 40$

$3x - (20 + x) = 70$

$2(x + 1) + 4x = 92$

$\frac{x+2}{6} - 10 = 15$

$\frac{x-19}{3} + 18 = 59$

$5 + \frac{x+1}{2} = 17$

8. Под водосточной трубой поставили бочку вместимостью в 180 *л*. Вода с крыши стекает в бочку через трубу по 8 *л* в минуту, но в то же время через щель в бочке вытекает 3 *л* воды в минуту. Через сколько минут наполнится бочка?

9. Из одного куска материи сшили 42 платья, из другого — 34 таких же платья. Сколько материи расходовали на каждое платье, если второй кусок был на 27 *м* 20 *см* меньше первого?

10. В двух колхозных клубах 390 картин. В клуб первого колхоза приобрели еще 15 картин, и тогда у первого колхоза стало в 2 раза больше картин, чем у второго колхоза. Сколько картин в клубах каждого колхоза?

11. От двух пристаней, расстояние между которыми 330 *км*, навстречу друг другу одновременно отошли теплоход и «Ракета» на подводных крыльях. Скорость теплохода 23 *км* в час, скорость «Ракеты» 87 *км* в час. Через сколько часов они встретились?

12. От Москвы до Истры 57 *км*. Из Истры в Москву выехал колхозник на лошади, часом позже из Москвы в Истру выехал велосипедист. Через 2 часа после выезда велосипедиста между ними оставалось расстояние 8 *км*. Скорость велосипедиста 11 *км* в час. С какой скоростью ехал колхозник?

13. Рабочий в первый день отработал 412 деталей, во второй день — 440 деталей. Сколько деталей отработал рабочий в третий день, если в среднем выработка его в течение трех дней составила 432 детали?

14. С каждого из двух гектаров собран одинаковый урожай зеленого чайного листа, с третьего гектара урожай был на 5 *ц* меньше. С трех гектаров собрано 38 *ц*.

Сколько центнеров чайного листа было собрано с каждого из двух гектаров?

15. Для коллективного посещения театра куплено 22 билета. Несколько билетов по 2 руб., остальные по 1 руб. Стоимость всех билетов 30 руб. Сколько куплено дорогих билетов?

16. В трех книгах 720 страниц. В первой книге страниц было в 2 раза больше, а в третьей в 3 раза больше, чем во второй книге. Сколько страниц в каждой книге?

17. Служащий ездит на работу и обратно в трамвае, троллейбусе и в метро, причем в троллейбусе в 2 раза больше, в метро в 3 раза больше, чем в трамвае. За неделю служащий расходует на поездки 1 руб. 04 коп. Сколько поездок делает служащий каждым видом транспорта?

Один конец проезда в трамвае стоит 3 коп., в троллейбусе 4 коп. и в метро 5 коп.

18. Сумма двух чисел равна 517. Разность их равна 259. Найти эти числа.

Решение

	Числа:	Разность:	Уравнение:
I	x	$x - (517 - x)$ или 259	$x - (517 - x) = 259$
II	$517 - x$		

Если же x — меньшее число, то уравнение принимает вид:
$$(517 - x) - x = 259.$$

Дальнейшее решение не вызывает затруднения.

19. Космическая ракета, сбросившая вымпел на Луну, на 45 *кг* легче ракеты, сфотографировавшей невидимую сторону Луны. Две ракеты весили 825 *кг*. Определить вес каждой ракеты.

20. «Царь-колокол» и «царь-пушка», находящиеся в Москве, весят вместе 230 *т*. «Царь-колокол» весит на 154 *т* больше, чем «царь-пушка». Сколько весят «царь-колокол» и сколько «царь-пушка»?

21. Ученик токаря обточил 80 деталей за 3 дня. В первый день он обточил на 8 деталей меньше, чем во второй, а в третий — на 12 деталей больше, чем в первый. Сколько деталей обточил ученик в каждый день?

22. Мастерская имела 3 куска меди; первый кусок весил втрое больше второго, третий весил столько, сколько первый и второй вместе. Сколько весит каждый кусок, если первый и третий вместе весят 10 *кг* 500 *г*?

23. За три дня вспахали 374 *га*. В первый день перевыполнили план вспашки на 8 *га*, во второй день недовыполнили на 5 *га*, в третий день перевыполнили на 41 *га*. Каков был план вспашки?

24. Два товарища хотят купить автомобиль. Но у одного не хватает 700 руб., у другого — 800. Тогда они покупают машину вместе. Сколько стоила машина, если у обоих товарищей было 4900 руб.?

25. Длина прямоугольного участка, примыкающего к болоту, на 70 *м* больше ширины. После осушительных работ длина увеличилась на 30 *м*, а ширина на 10 *м*. Граница всего участка составила 420 *м*. Какова длина и ширина первоначального участка?

26. За три дня выставку игрушек посетило 1298 человек, причем в первый день было на 102 человека меньше, чем во второй, а во второй на 170 человек меньше, чем в третий день. Сколько человек посетило выставку в каждый из трех дней?

§ 15. ТАБЛИЦЫ И ГРАФИКИ

Таблицы

В начальной школе учителя применяют таблицы в большом количестве при изучении арифметики и наглядной геометрии, начиная с первого десятка и кончая именованными числами и наглядной геометрией.

Например, при составлении таблицы сложения в пределе 10 учащимся дается постоянное для данного столбика второе слагаемое, а первое слагаемое последовательно изменяется на единицу. В зависимости от изменения первого слагаемого изменяется и сумма.

Другой пример. Дети составляют таблицу: «Прибавление по 2».

Прибавление по 2

$1+2=3$	$4+2=6$
$2+2=4$	и т. д.
$3+2=5$	

Время от времени учитель обращает внимание учащихся на то, что если первое слагаемое увеличивается на 1, то и сумма соответственно увеличивается на 1 (подготовка к изменению суммы в зависимости от изменения компонентов).

Составляют таблицы и при постоянном первом слагаемом. Например:

Прибавление к 4-м

$4+1=5$	$4+4=8$
$4+2=6$	$4+5=9$
$4+3=7$	$4+6=10$

Таблицы можно записывать в строчку. Например (табл. 5):

Таблица 5

Прибавление к 4-м (постоянное 1-е слагаемое)

2-е слагаемое	1	2	3	4	5	6	(независимое переменное)
Сумма	5	6	7	8	9	10	(зависимое переменное)

При изучении вычитания в пределе 10 также составляются таблицы с постоянным вычитаемым и с постоянным уменьшаемым. Например:

Отнять 3		Отнять от 7-ми	
$4-3=1$	$8-3=5$	$7-1=6$	$7-4=3$
$5-3=2$	$9-3=6$	$7-2=5$	$7-5=2$
$6-3=3$	$10-3=7$	$7-3=4$	$7-6=1$
$7-3=4$			

На таблице «Отнять от 7-ми» надо обратить внимание учащихся, что от одного и того же числа 7, если отнимаем больше, то остается меньше. В таблицах сложения (например, «Прибавление по 2» и «Прибавление к 4-м») и таблице вычитания «Отнять 3» с постоянным вычитаемым при увеличении (или уменьшении) слагаемого или уменьшаемого увеличивается (или уменьшается) результат. При увеличении же вычитаемого на 1, остаток становится на 1 меньше (таблица «Отнять от 7-ми») — больше отнимаем, меньше остается. Это изменение можно проводить и на жизненных задачах. Например.

* *У Коли и Сережи было по одинаковому числу орехов. Коля съел 3 ореха, а Сережа 4 ореха. У кого осталось больше орехов?*

Таблицы можно записывать в строчку (табл. 6):

Таблица 6

Отнять от 8-и (постоянное уменьшаемое)

Вычитаемое	1	2	3	4	5	6	7	(независимое переменное)
Разность	7	6	5	4	3	2	1	(зависимое переменное)

При изучении умножения дети также составляют таблицы: по постоянному множимому (умножение 4-х) и по постоянному множителю (табл. 7).

Умножение 4-х

$4 \times 1 = 4$	$4 \times 6 = 24$
$4 \times 2 = 8$	$4 \times 7 = 28$
$4 \times 3 = 12$	$4 \times 8 = 32$
$4 \times 4 = 16$	$4 \times 9 = 36$
$4 \times 5 = 20$	

Следует обратить внимание школьников на то, что каждый раз, как множитель увеличиваем на 1, произведение увеличивается на величину множимого; множитель увеличился на 2, произведение увеличилось на 2 множимых: $4 \times 5 = 20$ и $4 \times 7 = 28$.

Таблица 7

Умножение на 6 (постоянный множитель)

Множимое	1	2	3	4	...	(независимое переменное)
Произведение	6	12	18	24	...	(зависимое переменное)

Из каждой таблицы умножения можно составить 2 таблицы деления. Из приведенной выше таблицы умножения 4-х можно составить таблицу деления с постоянным делителем и таблицу с постоянным частным (табл. 8 и 9).

Таблица 8

Делитель 4

Делимое	4	8	12	16	...
Частное	1	2	3	4	...

Каждое следующее делимое увеличивается на 4, а частное — на 1.

Таблица 9

Частное 4

Делимое	4	8	12	16	...
Делитель	1	2	3	4	...

И делимое, и делитель увеличиваются в одинаковое число раз.

При изучении внетабличного деления также составляют таблицы. Например (табл. 10):

Таблица 10

Постоянное делимое 96

Делитель	1	2	3	4	6	8	12	16	24	32	48	96	(независимое переменное)
Частное	96	48	32	24	16	12	8	6	4	3	2	1	(зависимое переменное)

Составление таких таблиц используется при самостоятельных работах. Например.

Написать все числа, на которые делится число 48 (или 64, 68 и т. д.).

Графики

В методике арифметики дается метод графических работ. При изучении первого десятка и при подготовке к наглядной геометрии учащиеся рисуют бордюры, различные линии, углы, простейшие предметы.

В дальнейшем они делают схематические чертежи к решению задач на движение, на нахождение неизвестного по сумме и разности и т. д.

При изучении наглядной геометрии большое внимание уделяется черчению планов участков прямоугольной формы с применением линейного масштаба.

Можно рассказать детям, что изображение в уменьшенном виде применяется не только при черчении планов, но и во многих других случаях, чтобы представить наглядно сравнительную величину различных предметов, как, например: глубину океанов, длину рек, высоту гор, скорость ветра, рост промышленности, сельского хозяйства, культурные достижения, различные явления школьной жизни и т. п.; их изображают рядом в виде отрезков, уменьшенных в известное число раз, сравнительно с натуральными величинами. Часто вычерчивают прямоугольники с одинаковыми основаниями и различными высотами, круги, разделенные на секторы, а также и другие фигуры, дают рисунки, которые наглядно показывают сравниваемые величины. Например, рост читателей библиотеки от 130 человек до 780 человек можно показать рисунком двух человек: одного — маленького роста, а второго — в 6 раз большего.

Часто отрезки, прямоугольники и другие предметы раскрашиваются в различные цвета, что придает чертежу или рисунку большую наглядность. Наглядное изображение сравнительной величины предметов в виде чертежей или рисунков называется д и а г р а м м о й.

Изображение величин отрезками называется линейной диаграммой.

Приведем пример черчения линейной диаграммы глубины океанов: Северный Ледовитый океан — 5220 *м*, Индийский — 7450 *м*, Атлантический — 9219 *м*, Тихий — 10 899 *м*.

Округляем данные до 1000 *м*: 5000 *м*, 7000 *м*, 9000 *м*, 11 000 *м*. Выбираем масштаб: 5 *мм* на чертеже заменяет 1000 *м*. Запись: 5 *мм* = 1000 *м*. Проводим горизонтальную линию, из 4-х точек горизонтальной прямой восстанавливаем перпендикуляры к этой прямой. Затем на каждой перпендикулярной прямой откладываем число миллиметров в соответствии с глубиной каждого океана.

Северный Ледовитый океан соответственно будет иметь 25 *мм*; Индийский — 35 *мм*; Атлантический — 45 *мм* и Тихий — 55 *мм* (рис. 19). Этот чертеж и есть диаграмма, изображающая глубину океанов.

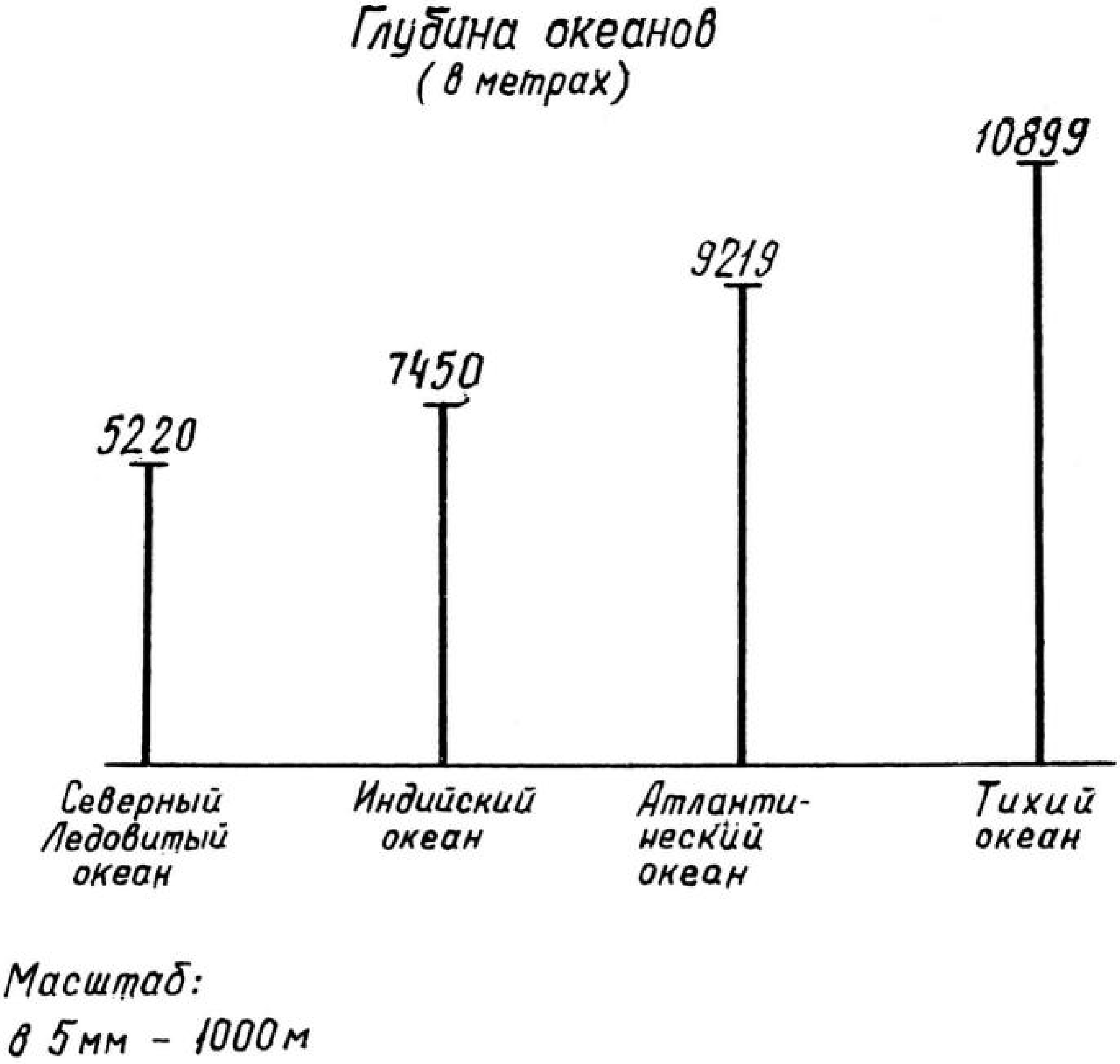


Рис. 19

По заданию учителя дети ведут наблюдение за погодой, отмечают условными знаками ясные дни, дни облачные, пасмурные, дни с осадками (дождь, снег).

С начала учебного года можно составлять с детьми таблицу числа ясных дней по неделям или по месяцам, затем по полученным данным начертить диаграмму. Например.

Ясные дни

Сентябрь	— 9 дней
Октябрь	— 11 дней
Ноябрь	— 8 дней
Декабрь	— 14 дней

Прежде чем чертить диаграмму, выбирают масштаб. Наибольшее число в таблице — 14, следовательно, если взять клетку тетради за 1 день, то самая высокая линия или прямоугольник (столбик) будет в 14 клеток. Число

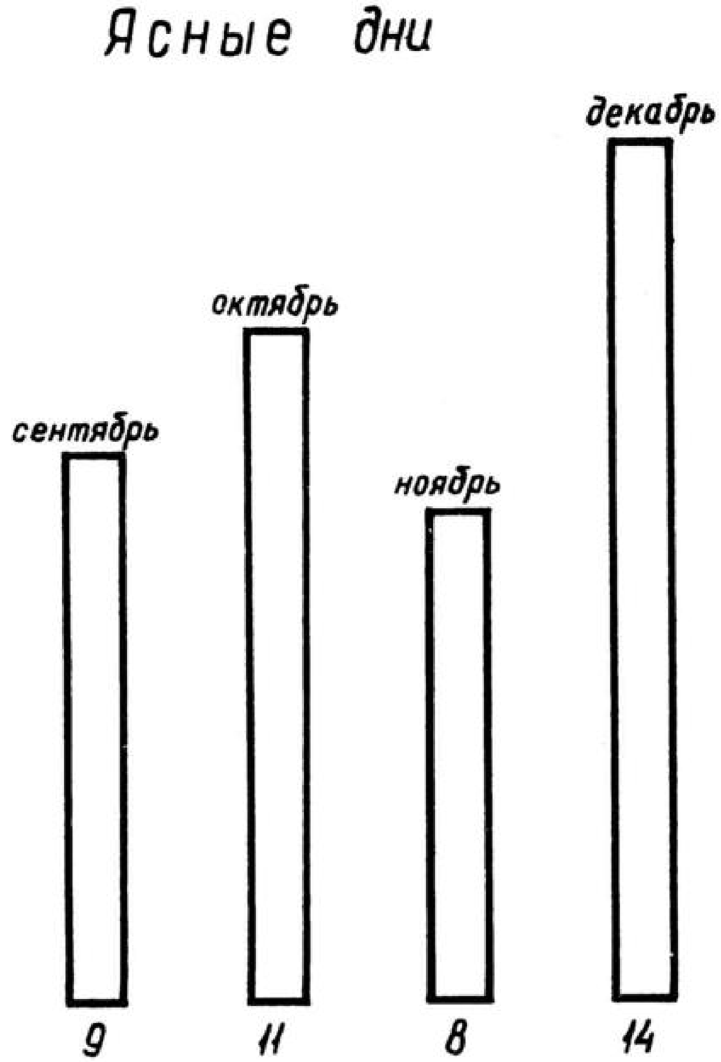


Рис. 20

ясных дней выразится прямоугольниками высотой в 9, 11, 8 и 14 клеток (рис. 20).

По диаграмме на рисунке 21 составить таблицу площадей частей света. Числа под столбиками диаграммы обозначают площади частей света в миллионах квадратных километров.

На рисунке 22 дана диаграмма длин железных дорог в зарубежных странах накануне второй мировой войны. Под столбиками диаграммы указана длина железных дорог в километрах. Построить в тетради диаграмму, принимая высоту 1 клетки за 10 тыс. *км* длины железных дорог: США — 373 400; Франция — 63 200; Германия — 57 900; Великобритания — 33 600; Бельгия — 11 400; Канада — 68 500; Италия — 23 300; Япония — 24 400.

При построении диаграмм мы познакомились со способом изображения величин при помощи отрезков и прямоугольников (столбиков).

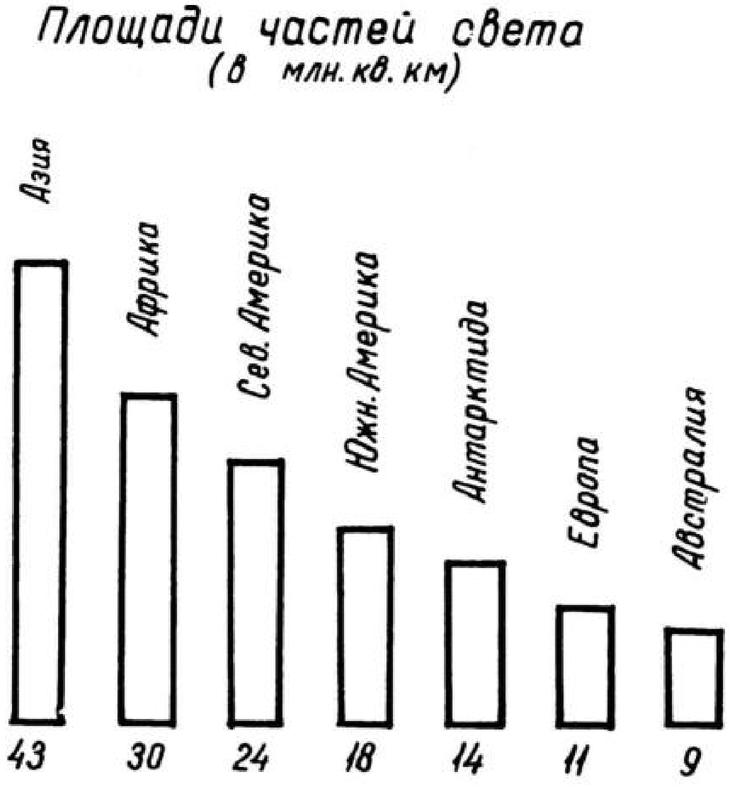

Площади частей света
(в млн. кв. км)
Азия
Африка
Сев. Америка
Южн. Америка
Антарктида
Европа
Австралия
43
30
24
18
14
11
9

Рис. 21

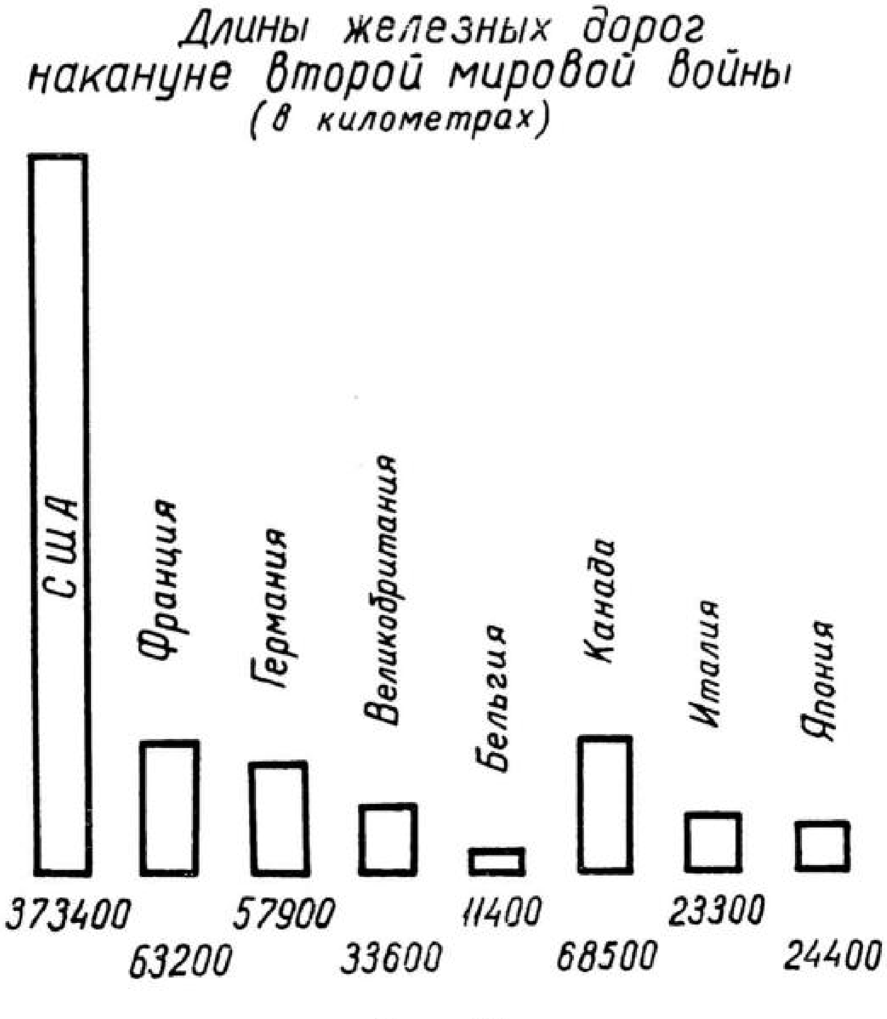

Длины железных дорог
накануне второй мировой войны
(в километрах)
США
Франция
Германия
Великобритания
Бельгия
Канада
Италия
Япония
373400
63200
57900
33600
11400
68500
23300
24400

Рис. 22

Чтобы яснее и нагляднее представить изменения какой-нибудь величины (переменной), например температуры воздуха в течение определенного промежутка времени, прибегают к помощи разграфленной бумаги и чертят кривую, или график температуры. Выполняем это так: например, ежедневные измерения (в 12 часов дня) температуры воздуха сведены в следующую таблицу (табл. 11):

Таблица 11

Апрель

Число	1	2	3	4	5	6	7	...
Температура	4	5	6	7	5	6	8	...

Бумага разграфлена на квадратики (рис. 23). На горизонтальной прямой *OB* нанесены температуры (в градусах).

Температуры, показанные в таблице, наносятся на чертеж в таком порядке: на вертикальной прямой, под которой подписано *1*, проставляют точку на высоте отмеченной температуры *4*. Отрезок *1а* графически изображает температуру 4°.

Следующая вертикальная черта соответствует числу 2, и на ней наносится точка на высоте 5. Отрезок *2б* является графическим изображением температуры в 5°, наблюдавшейся 2 апреля.

Следующая вертикальная черта соответствует числу 3 и на ней наносится точка на высоте 6. Отрезок *3в* является графическим изображением температуры 6°, наблюдавшейся 3 апреля. Подобным же образом наносятся точки, соответствующие показаниям термометра, отмеченные точки соединяем прямыми.

Начерченная ломаная и есть температурный график. Он наглядно показывает, как изменялась температура за рассматриваемое время: в первые 4 дня апреля температура поднималась, но 5 апреля температура упала; 6 и 7 апреля повышалась температура. По графику можно прочесть температуру любого из указанных на ней дней.

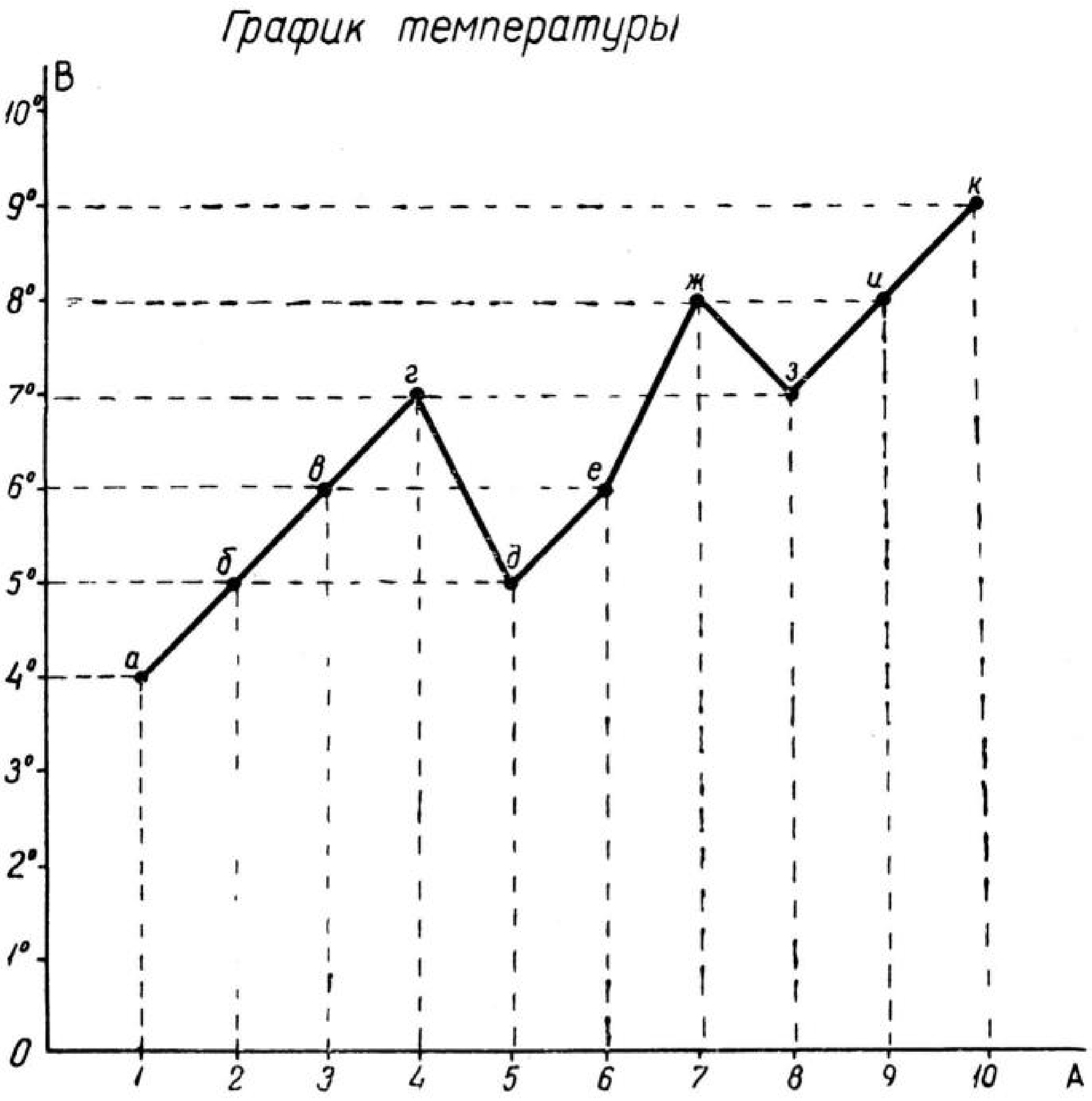


Рис. 23

Так, если хотим узнать, какая была температура 7 апреля, смотрим на вертикальную черту с надписью 7 и находим, на какой высоте стоит точка *ж*. Высота точки *8*, следовательно, 7 апреля температура была 8°.

В проекте программы по математике для младших классов школы предлагается решать задачи на прямую и обратную пропорциональную зависимость между величинами (ценой, стоимостью и количеством; скоростью, временем и расстоянием при равномерном движении и др.), составлять таблицы, формулы и диаграммы, отражающие эти зависимости.

В объяснительной записке к существующей программе по арифметике рекомендуется не только составлять и решать задачи на пропорциональную зависимость, но и проиллюстрировать задачу с помощью рисунка или чертежа, с тем чтобы облегчить поиски пути решения.

В методике арифметики даются подробные рекомендации решения простых и составных задач с помощью рисунков и чертежей. Но в методике арифметики недостаточно уделено внимания графическому способу решения задач с прямо пропорциональными величинами. Остановимся на этом.

Существует целый ряд величин, находящихся между собой в такой зависимости, что каждому значению одной величины соответствует определенное значение другой. Например.

1) Вес ребенка от рождения до 10 лет изменяется в среднем следующим образом (табл. 12):

Таблица 12

Возраст в годах	0	1	2	3	4	5
Вес в *г*	3300	9200	11 900	12 900	14 300	15 400

Возраст в годах	6	7	8	9	10
Вес в *г*	16 800	18 400	20 500	22 500	24 600

2) Производительность экскаватора одноковшового (на 15 $м^3$, табл. 13):

Каждому значению времени, выраженному в минутах, соответствует определенное значение количества зерна, выраженного в тоннах.

3) Производительность сложной молотилки (табл. 14):

Каждому значению времени, выраженному в часах, соответствует определенное значение количества зерна, выраженного в тоннах.

В каждом примере даны две величины. Значение одной величины зависит от значения другой величины, но во 2-м и 3-м примерах отношение каких-либо двух значений одной величины равно отношению соответственных

Таблица 13

Время в мин.	Производительность в кубометрах
1	15
2	30
3	45
4	60

Таблица 14

Время в час.	Количество зерна в T
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

значений другой величины, в то время как в 1-м примере такой зависимости нет.

Например, если время в часах (пример 3) изменилось в два раза (4 : 2), то и соответствующая производительность в тоннах изменилась в таком же отношении: $8:4=2$, или $4:2=8:4$. Такие величины называют пропорциональными. Тогда как в 1-м примере возраст в годах увеличился в 3 раза ($9:3=3$), вес ребенка изменился, но не в 3 раза: $22\,500 : 12\,900 \neq 3$, или $9:3 \neq 22\,500 : 12\,900$.

Таким образом, в 1-м примере две величины — возраст и вес ребенка — не будут пропорциональными потому, что две величины хотя и обладают тем свойством, что при увеличении любого значения одной из них соответствующее значение другой тоже увеличивается, но не в том же отношении.

Определение прямо пропорциональной величины. Если две величины зависят одна от другой так, что отношение двух каких угодно значений одной величины равно отношению соответствующих значений второй, то такие величины называются прямо пропорциональными. Например, плата за час работы и количество проработанных часов.

Пусть за 2 часа	плата равна	6 руб.	
5 час.	»	15 руб.	
6 час.	»	18 руб.	
8 час.	»	24 руб.	
10 час.	»	30 руб.	и т. д.

Каждому значению одной величины (время) соответствует определенное значение другой (оплата), причем отношение любых двух значений одной величины, например: 10 час. и 5 час., равно отношению соответствующих значений другой величины: 30 руб. и 15 руб., т. е. $10:5=$ $=30:15$ — отношения равны, следовательно, плата при постоянной часовой оплате прямо пропорциональна числу проработанных часов.

Примеры пропорциональных величин: стоимость товара при постоянной цене прямо пропорциональна его весу; путь, проходимый равномерно движущимся телом за данный отрезок времени, прямо пропорционален времени движения.

Рассмотрим график движения с равномерной скоростью.

Задача.

Человек идет со скоростью 5 км в час. Показать на графике, какое расстояние он пройдет за 1 час, за 2, 3, 4 и т. д.

Формула, связывающая скорость, время и пройденное расстояние, или путь, следующая: пройденное расстояние равно скорости, умноженной на время. Если обозначить путь через y, время — через x, скорость дана постоянная — 5 *км*, то получим формулу для построения графика: $y=5x$. Давая x произвольные значения, для каждого из них подсчитываем значение y.

Составляем таблицу (табл. 15).

Таблица 15

Постоянная скорость 5 *км*

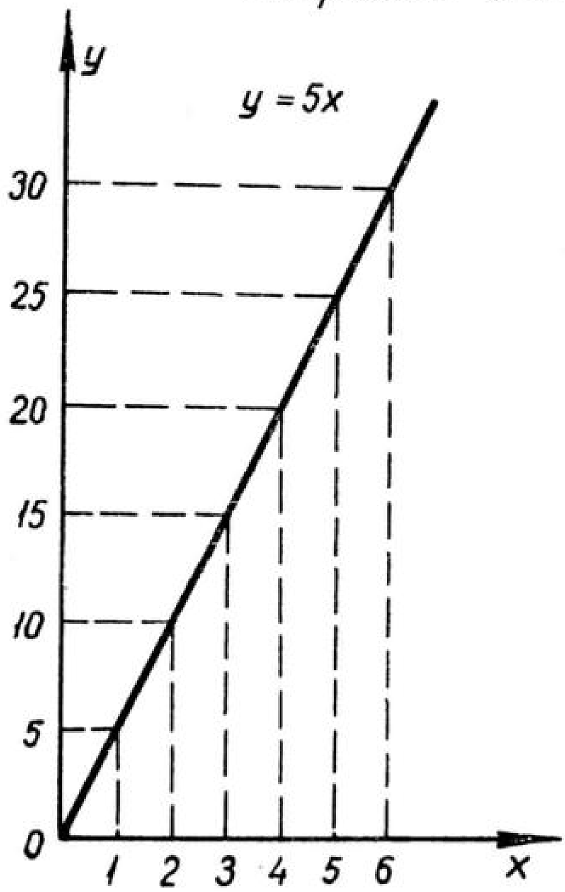
Время x (в час.)	1	2	3	4	6	(независимое переменное)
Расстояние y (в *км*)	5	10	15	20	30	(зависимое переменное)

Проводим из точки O горизонтальную и вертикальную линии. Их называют осями. На горизонтальной прямой (оси) отложим отрезки, соответствующие числовым значениям времени, а на вертикальной прямой (оси) — отрезки, соответствующие числовым значениям пройденных расстояний.

Выбираем масштаб. На горизонтальной прямой: 1 час — 1 клетка, на вертикальной прямой: 5 *км* — 2 клетки. При таком масштабе расстояние 30 *км* будет обозначено 12-ю клетками (рис. 24).

В намеченных точках восставим пунктиром перпендикуляры к прямым (осям). Точки пересечения соединим линией. Получается прямая линия — график равномерного движения с постоянной скоростью 5 *км* в час.

График равномерного движения скорость 5 км в час



Таблица

x	y
0	0
1	5
2	10
3	15
4	20
5	25
6	30

Рис. 24

Пользуясь графиком, любому значению времени можно найти соответствующее значение пройденного расстояния.

Например, в таблице пропущено расстояние, пройденное за 5 час. Восстанавливаем перпендикуляр к горизонтальной прямой из точки, соответствующей значению 5 час., до пересечения с графиком: из точки пересечения опускаем перпендикуляр на вертикальную прямую. Основание перпендикуляра показывает соответствующее числовое значение пройденного расстояния — 25 *км*. За 5 час. человек прошел 25 *км*.

Упражнения для составления диаграмм и графиков

1. Высота здания Московского университета — 240 *м*, новая башня Московского телецентра — 533 *м*. Начертить диаграмму. Масштаб: 2 *мм* — 10 *м*.

2. В колхозе с 1 *га* собирали в среднем 15 *ц* семян подсолнуха. Когда во время цветения на поля вывезли пчел, то урожай семян с 1 *га* повысился на 6 *ц*. Начертить диаграмму.

3. За три года число выписываемых журналов и газет в колхозе увеличилось с 20 до 440 экземпляров. Начертить диаграмму в виде горизонтальных отрезков (линейную горизонтальную).

4. Коровы одного из колхозов в год дали молока: Пеструшка — 9 *т*, Мальва — 10 *т*, Шустрая — 12 *т*, Муза — 13 *т*. По этим данным построить диаграмму.

5. Глубина водохранилища Волгоградской ГЭС — 10 *м*, Красноярского водохранилища на реке Енисее — 30 *м*, Братского на реке Ангаре — 32 *м*. По этим данным построить диаграмму.

6. Наибольшие скорости транспортных машин: трамвай — 45 *км* в час; поезд метрополитена — 75 *км* в час; автомобиль «Волга» — 130 *км* в час; пассажирский тепловоз — 140 *км* в час. По этим данным построить диаграмму.

7. Изобразить диаграммой площадь Каспийского моря, равную 371 тыс. *кв. м*, площадь Аральского моря — 66 тыс. *кв. м* и площадь Байкала — 31 тыс. *кв. м*. Площадь Байкала взять за две клеточки тетради. Число клеток для изображения остальных морей — округлить до целой единицы.

8. Начертить диаграмму длин следующих рек: Волга — 3700 *км*, Днепр — 2285 *км*, Лена — 4270 *км*, Нил — 6500 *км*. Числа округлить до 1000. Масштаб: 3 клетки — 1000 *км*.

9. Содержание воды в 1 *кг*:

яблок	— 850 *г*
капусты	— 900 *г*
молока	— 760 *г*
картофеля	— 760 *г*
сливочного масла	— 160 *г*

Начертить диаграмму содержания воды в продуктах.

10. С ростом линии Московского метрополитена увеличивается число станций. Начертить линейную горизонтальную диаграмму числа станций метрополитена.

1935 г.— 13 станций	1955 г.— 45 станций
1940 г.— 22 »	1960 г.— 56 »
1945 г.— 29 »	1965 г.— 74 »
1950 г.— 35 »	

Масштаб: 2 *мм* — 1 станция.

11. Составить диаграмму числа отличников за полугодие отдельно по всем первым классам, по всем вторым, третьим и т. д. Сведения спросить у заведующего учебной частью школы.

12. В классной библиотеке при ее открытии было 10 книг, через неделю было 20 книг, а через месяц — 32 книги. Построить график. Принять 1 клеточку за 4 книги.

13. Начертить график площади пришкольного участка одной из сельских школ по годам: в 1960 г. под участком было 800 *кв. м*, в 1962 г.— 1 *га*, в 1965 г.— 3 *га*.

14. Построить график изменения численности населения Москвы по следующим данным (табл. 16).

При построении графика числовые данные округлить до 100 тысяч. Масштаб: 2 *мм* — 100 000.

Таблица 16

Годы	Численность населения (в тыс. чел.)
1917	1854
1920	1927
1939	4183
1959	5032
1962	6296

15. На земном шаре в 1600 г. проживало 500 млн. человек, в 1800 г.— 900 млн., в 1900 г.— 1600 млн., в 1950 г.—2500 млн., в 1962 г.— 3100 млн. чел. По этим данным построить график роста населения земного шара.

16. Построить график протяженности линии Московского метрополитена по следующим данным:

в 1935 г.— 11 *км*	в 1955 г.— 61 *км*
в 1940 г.— 23 »	в 1960 г.— 76 »
в 1945 г.— 36 »	в 1965 г.— 107 »
в 1950 г.— 43 »	

Числа округлены до 1 *км*.

17. Построить график перевозки пассажиров поездами Московского метрополитена за сутки (табл. 17 и 18). Числовые данные округлить до 100 тысяч. Масштаб: 3 *мм* — 100 000.

Таблица 17

Годы	Число пассажиров (в тыс. чел.)
1935	177
1940	1030
1945	1689
1950	1723

Таблица 18

Годы	Число пассажиров (в тыс. чел.)
1955	2540
1960	2836
1965	3600

18. Во время половодья дежурные отмечали через каждые 2 часа изменение уровня воды по сравнению с ординаром (средним уровнем воды). Результаты наблюдений записаны в таблице 19.

Таблица 19

Часы наблюдений	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Изменение уровня в *см*	2	2	5	10	17	18	18	16	15

По данным таблицы построить график.

19. Построить график изменения числа отличников-выпускников своей школы за последние 5 лет. Числовые данные спросить у заведующего учебной частью.

20. В классе вести график отсутствующих учащихся.

21. Построить график температуры воздуха за месяц.

22. Составить диаграмму на интересующую тебя тему, используя материалы календаря, газет, учебников, экскурсий.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Яков Федорович Чекмарев

УПРАЖНЕНИЯ НА ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ КОМПОНЕНТАМИ ДЕЙСТВИЙ

Редактор *Э. К. Викулина*. Художественный редактор *Л. Н. Наумов* и *В. С. Эрденко*. Технический редактор *И. В. Квасницкая*. Корректор *Т. Н. Смирнова*.

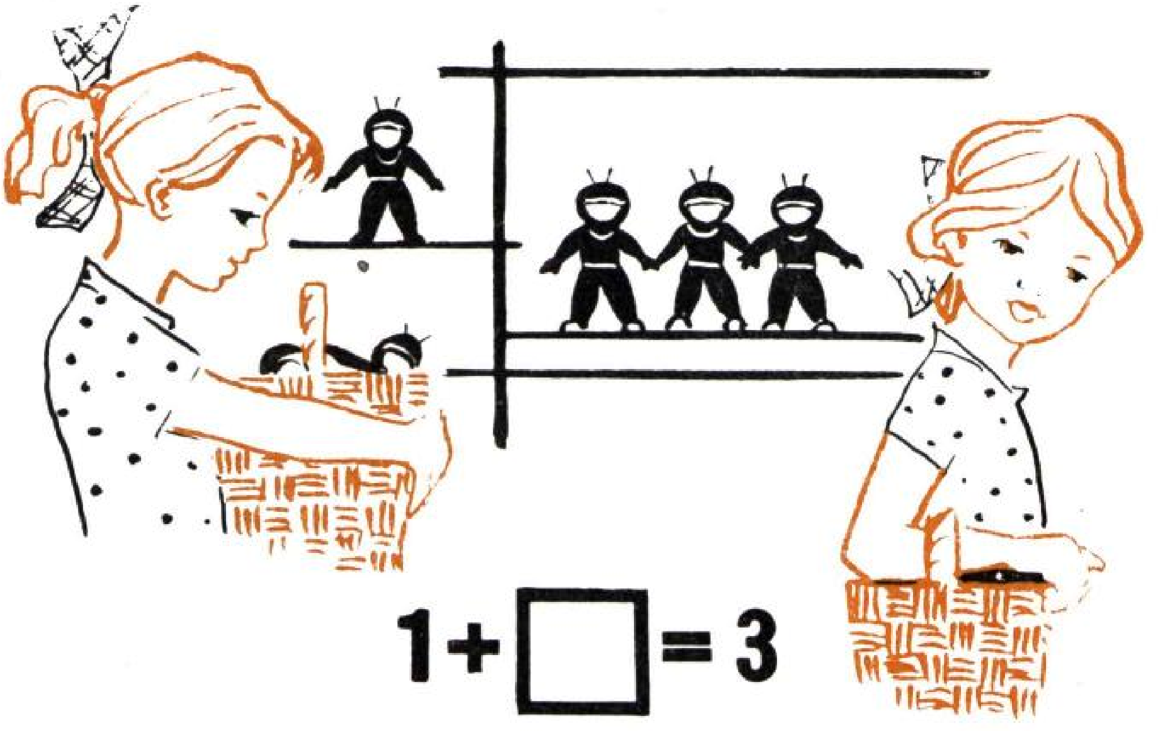
Сдано в набор 29/IV 1966 г. Подписано к печати 21/III 1967 г. 84×108 1/32. Типографская № 2. Печ. л. 11,76(7)+вкл. 2,1(1,25). Уч.изд. л. 11,34+вкл. 1,07. Тираж 40 000 экз. (Тем. план 1966 г. № 140). А 04756. Заказ № 1605.

Издательство «Просвещение» Комитета по печати при Совете Министров РСФСР. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41. Полиграфкомбинат им. Я. Коласа Комитета по печати, при Совете Министров БССР. Минск, Красная, 23.

Цена без переплета 41 коп., переплет 10 коп.

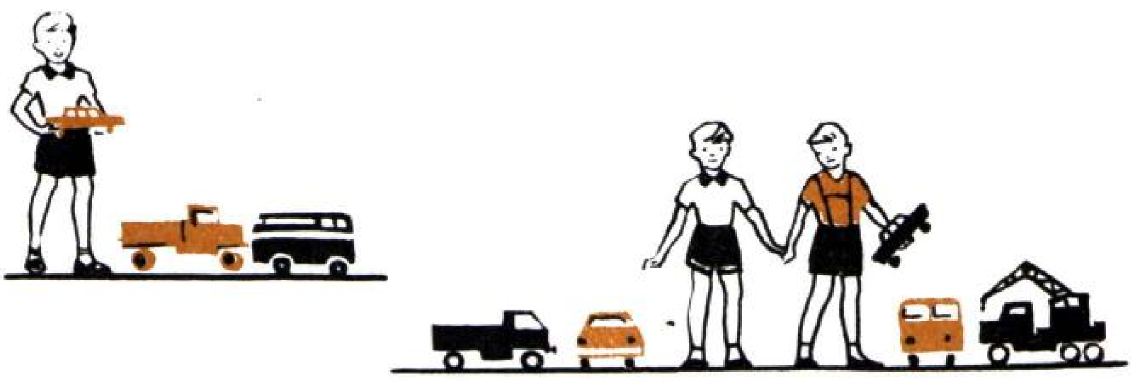
51 коп.

ПРОСВЕЩЕНИЕ · 1968



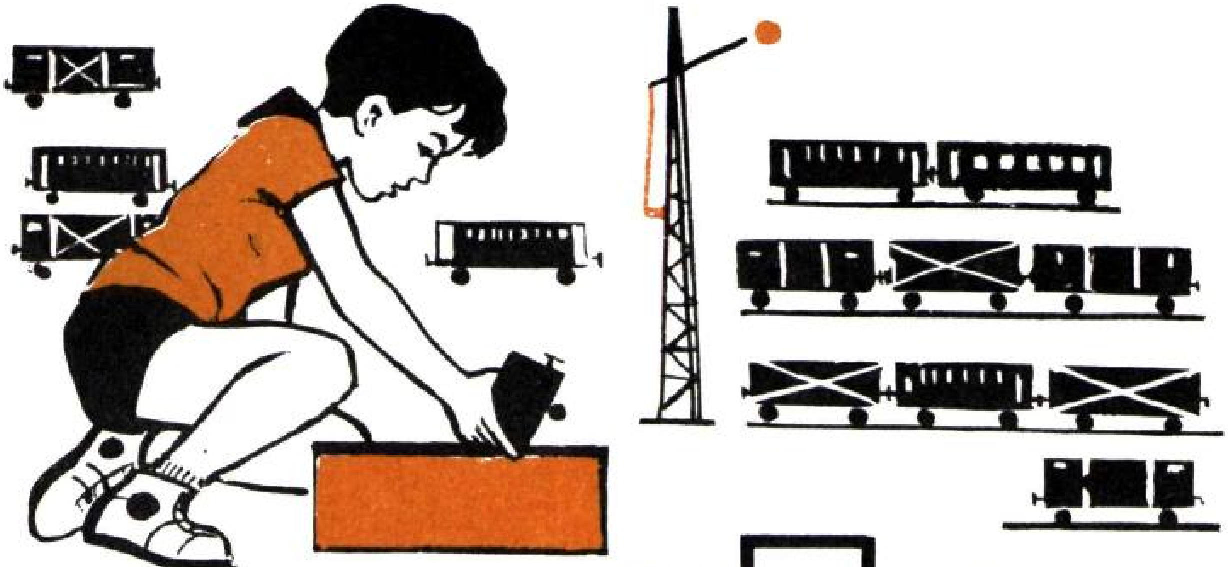
$$1 + \square = 3$$

Задача 1. На полке стояла одна кукла-космонавт. Дежурная поставила на полку еще несколько кукол. На полке стало 3 куклы. Сколько кукол поставила девочка?



$$3 + \square = 5$$

Задача 2. У Пети машины и у Бори тоже есть свои машины. Мальчики стали играть вместе. У них 5 машин. Сколько машин Бориных?

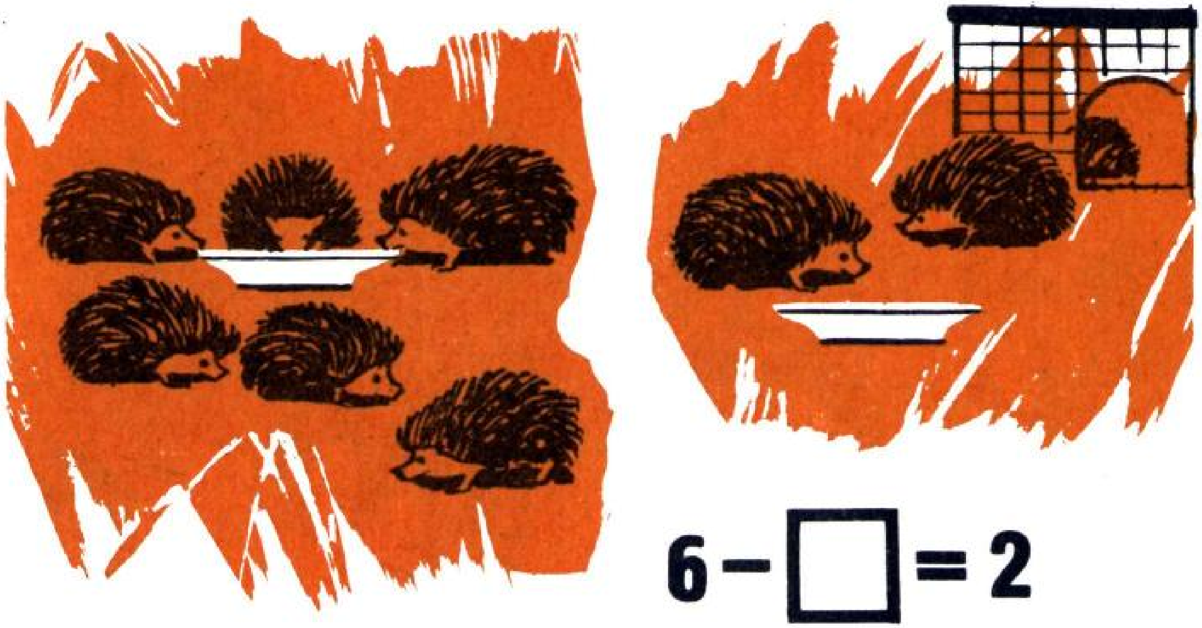


$$5 + \square = 9$$

Задача 3. Мальчик составляет поезд из 5 вагонов. У него есть еще вагоны в коробке. Мальчик достал их из коробки. Теперь у него поезд из 9 вагонов. Сколько вагонов было в коробке?

$$1 + \square = 8$$

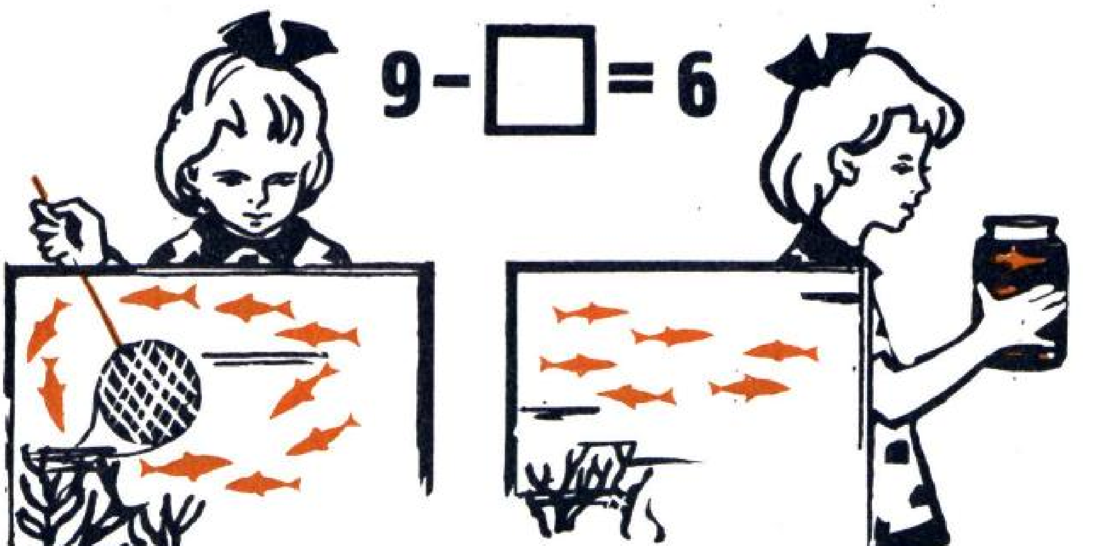
Задача 4. Шура поставила цветы в вазу. Расцвел 1 колокольчик. На следующий день на цветке было 8 колокольчиков. Сколько колокольчиков расцвело за день?



$$6 - \square = 2$$

Задача 5. Дети пионерского лагеря принесли из леса 6 ежей. Несколько ежей забралось в клетку. Около миски с молоком осталось 2 ежа. Сколько ежей в клетке?

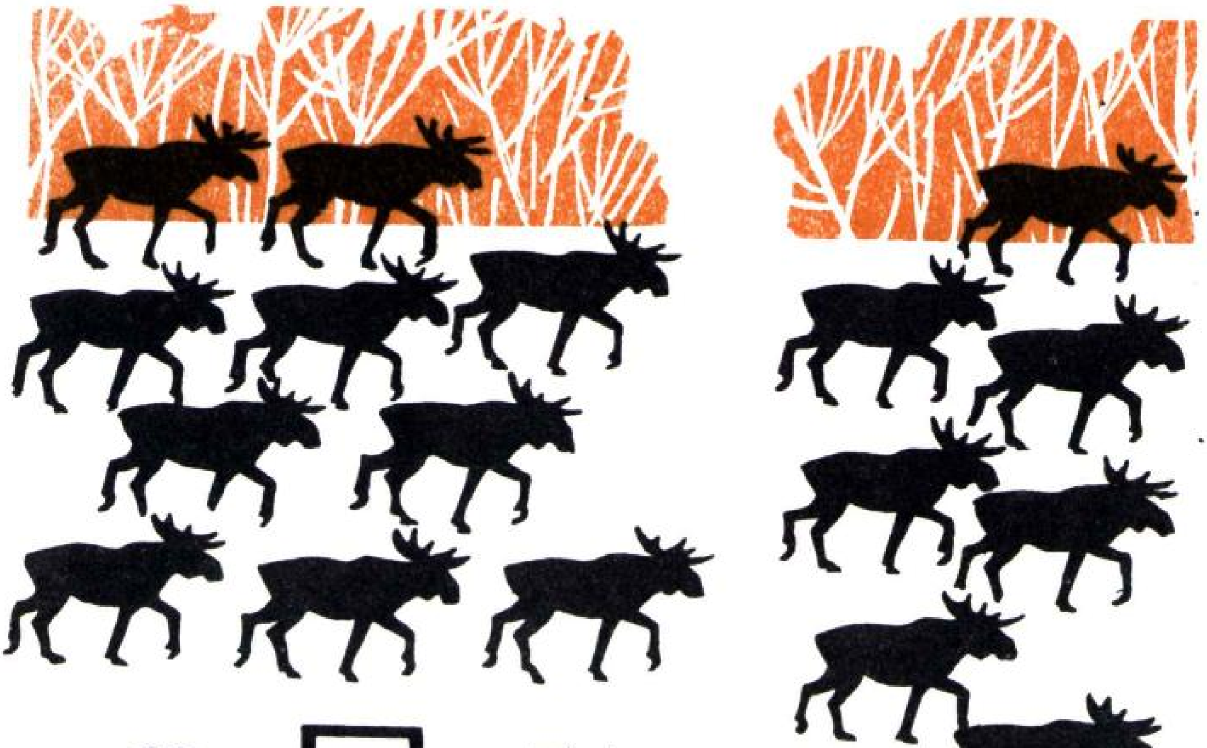
$$9 - \square = 6$$



Задача 6. У девочки в аквариуме было 9 золотых рыбок. Несколько рыбок она подарила школе. В аквариуме осталось 6 рыбок. Сколько рыбок подарила девочка школе?

$$9 - \square = 5$$

Задача 7. С самолета прыгнули 9 парашютистов. Из них несколько человек еще в воздухе, а 5 человек приземлились. Сколько парашютистов еще в воздухе?

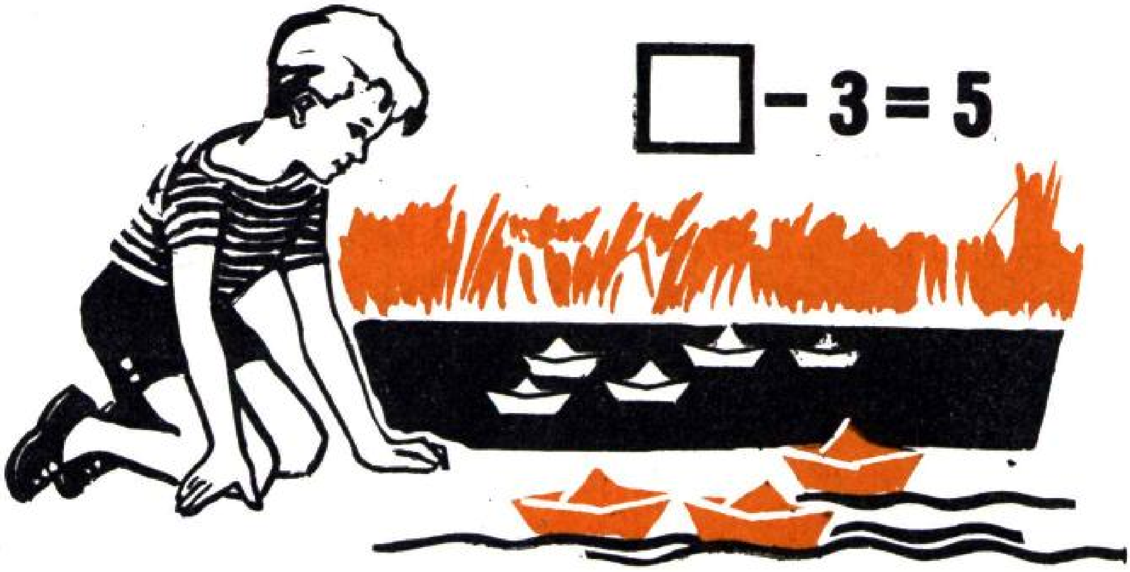


$$10 - \square = 7$$

Задача 8. На поляне было 10 лосей. Несколько лосей убежало в лес. На поляне осталось 7 лосей. Сколько лосей убежало?

З а д а ч а 9. Распустилось несколько ландышей. Девочка сорвала 3 ландыша, осталось еще 6 ландышей. Сколько ландышей распустилось?

З а д а ч а 10. Девочка нарвала ромашек для венка. 4 ромашки она уже вплела. Осталось у нее 6 ромашек. Сколько ромашек сорвала девочка?

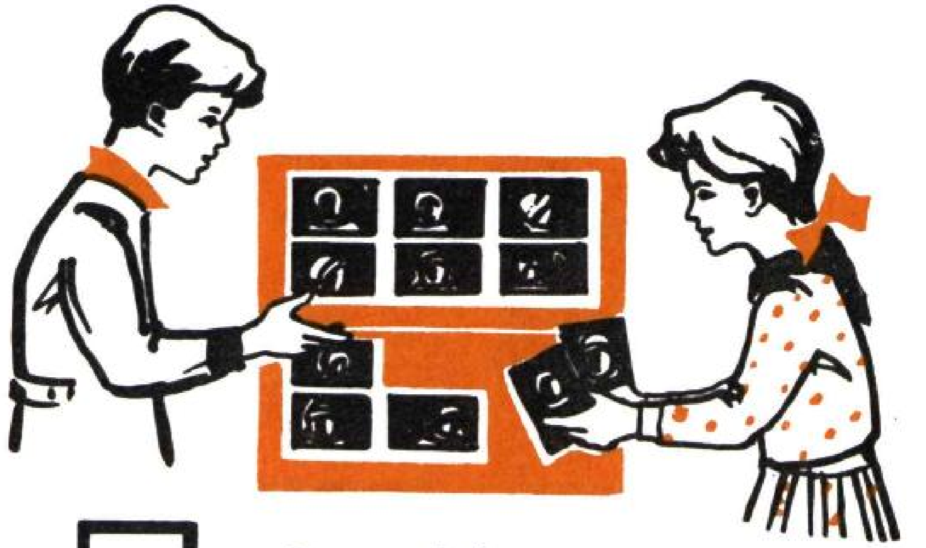


$$\square - 3 = 5$$

Задача 11. У мальчика было несколько бумажных корабликов. 3 кораблика поплыли, а остальные 5 корабликов остались на берегу. Сколько корабликов было у мальчика?

$$\square - 2 = 7$$

Задача 12. Коля построил плот, поставил на него несколько солдатиков и пустил плот на воду. Плот прибило к берегу. Из всех солдатиков 2 упали в воду, на плоту осталось 7 солдатиков. Сколько солдатиков поставил Коля на плот?

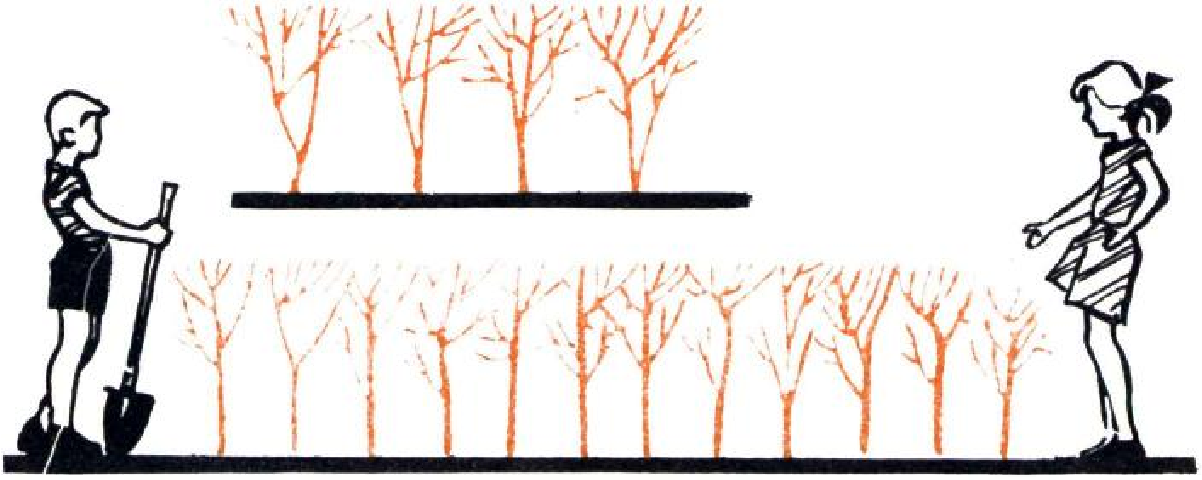


$\square + 2 = 11$

Задача 13. У всех детей были открытки с портретами всех космонавтов. Девочка купила еще 2 открытки с портретами новых космонавтов, и у нее стало 11 открыток. Сколько открыток с портретами космонавтов было у девочки раньше?

$\square + 7 = 15$

Задача 14. На опушке леса 6 мальчиков, к ним подходит из лесу еще 1. Несколько мальчиков в лесу. Наконец все собрались, построились. Всего 15 человек. Сколько мальчиков было в лесу?



$$4 + \square = 12$$

Задача 15. Дети сажали смородину. Володя посадил 4 куста, несколько кустов посадила сестра. Всего дети посадили 12 кустов. Сколько кустов смородины посадила сестра?

$$3 + \square = 15$$

Задача 16. На цветах сидят 3 пчелы. К ним летят еще пчелы. На цветах стало всего 15 пчел. Сколько пчел прилетело?

$$7 + \square = 13$$

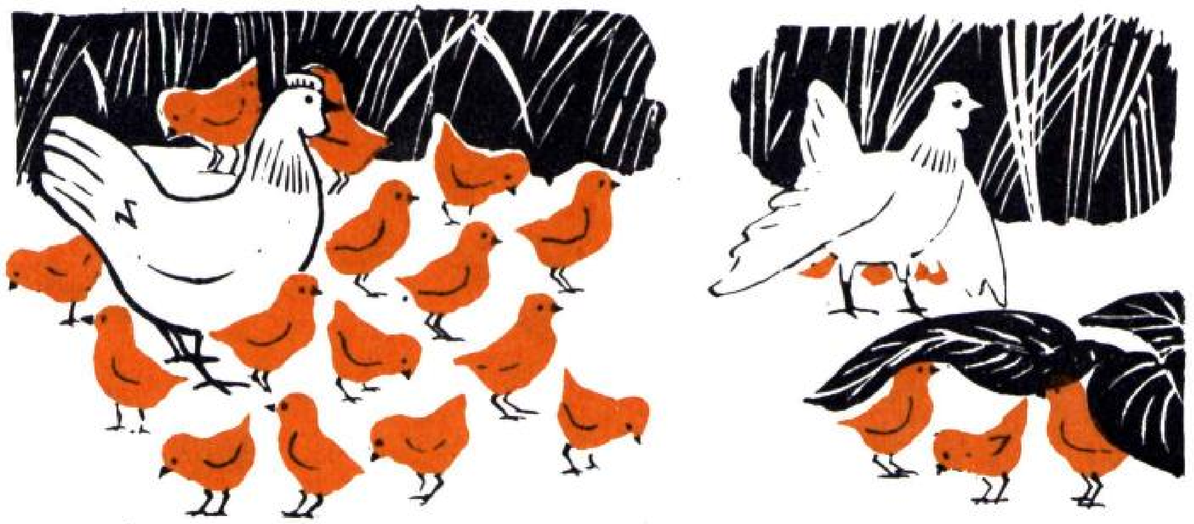
З а д а ч а 17. На пашне 7 грачей выбирают червяков. К ним прилетели грачи. Всего на пашне стало 13 грачей. Сколько грачей прилетело?

$$5 + \square = 16$$

З а д а ч а 18. Вчера на березе было 5 грачиных гнезд, а сегодня Сережа насчитал 16 гнезд. Сколько новых гнезд свили грачи?

$$16 - \square = 6$$

Задача 19. На озере плавали 16 уток. Несколько уток уплыли в камыши. На озере осталось 6 уток. Сколько уток уплыло в камыши?

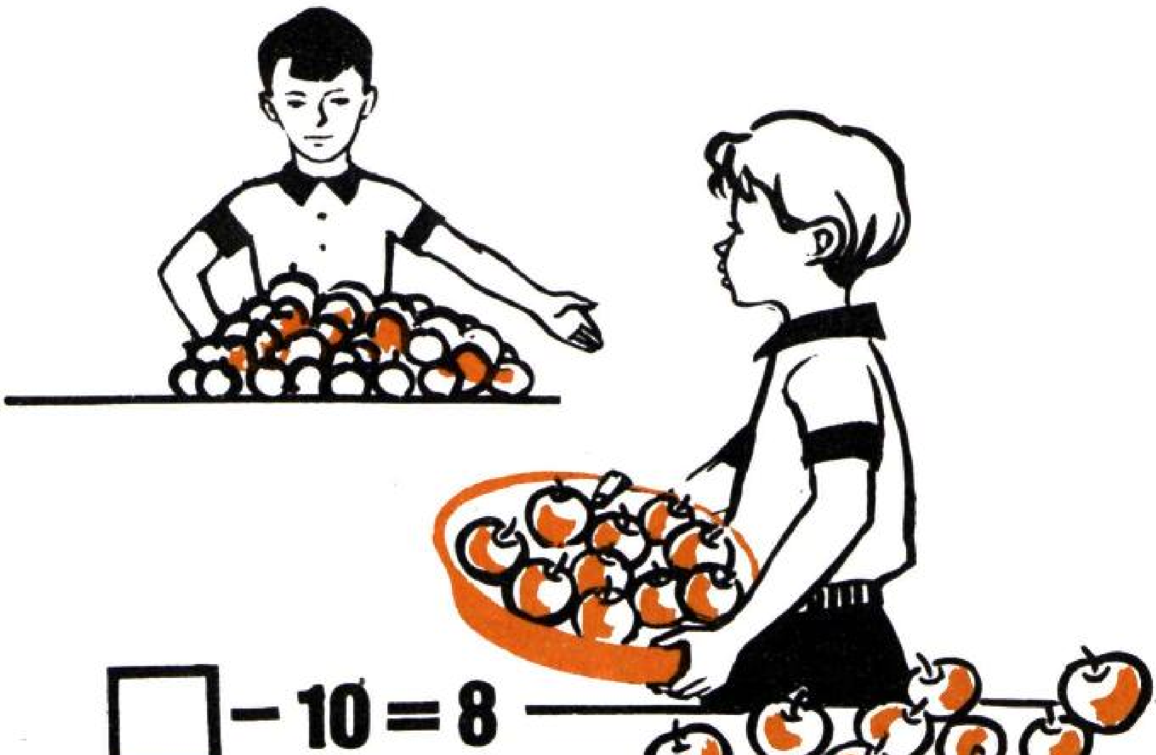


$$15 - \square = 3$$

Задача 20. Во дворе гуляла курица с 15 цыплятами. Вдруг показался ястреб, цыплята бросились к курице, она накрыла их крыльями. 3 цыпленка остались клевать зерна под кустом. Сколько цыплят спряталось у курицы под крыльями?

$$14 - \boxed{} = 10$$

Задача 21. Мама купила 14 яиц. Она сварила детям на завтрак несколько яиц. Осталось 10 яиц. Сколько яиц сварила мама?



$$\boxed{} - 10 = 8$$

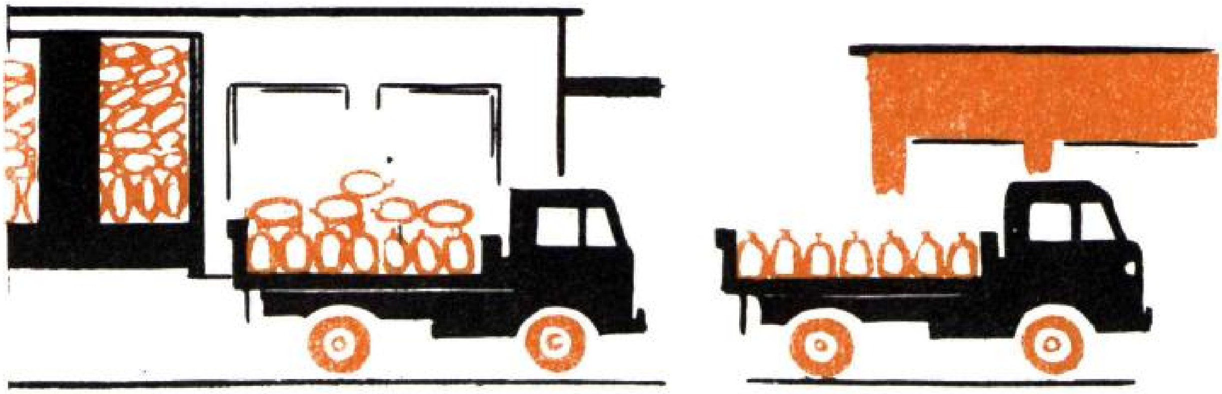
Задача 22. Яблоки созрели. Алеша их сорвал и положил на стол. 10 яблок он положил в решето. На столе осталось 8 яблок. Сколько яблок сорвал Алеша?

$$18 - \boxed{} = 15$$

Задача 23. На тарелке 18 слив. Взял ли мальчик сливы и сколько если на тарелке осталось 15 слив?

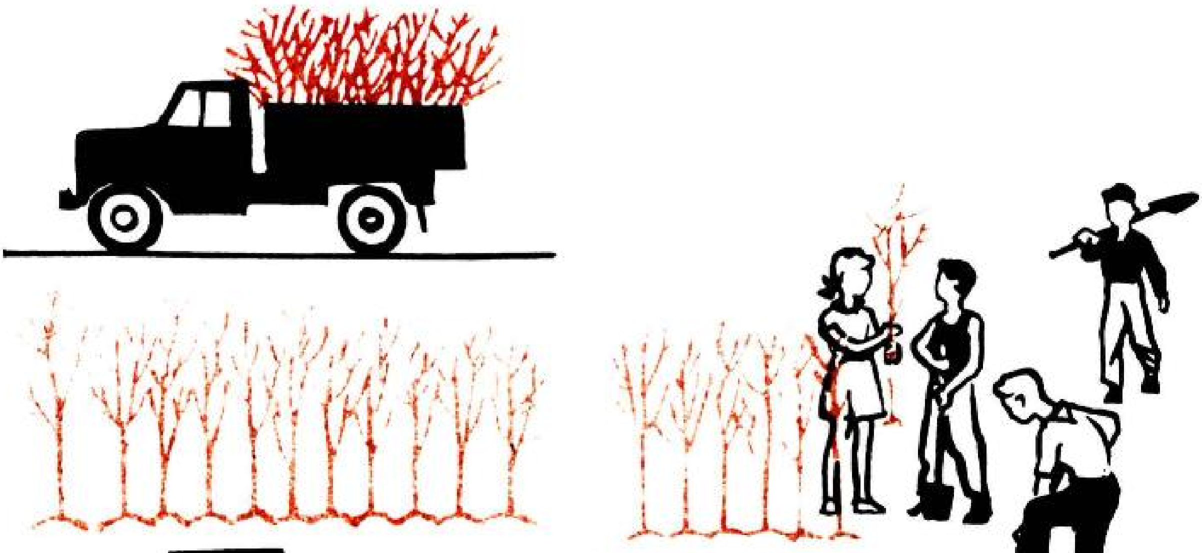
$$\boxed{} - 8 = 6$$

Задача 24. Для посадки принесли рассаду помидоров. Мальчик взял 8 кустиков. Осталось 6 кустиков. Сколько кустиков рассады принесли для посадки?



$\square - 12 = 7$

Задача 25. К хлебопекарне подъехал грузовик, привез муку в мешках. В пекарню выгрузили 12 мешков. На грузовике осталось 7 мешков. Сколько мешков муки было на грузовике?



$\square - 11 = 7$

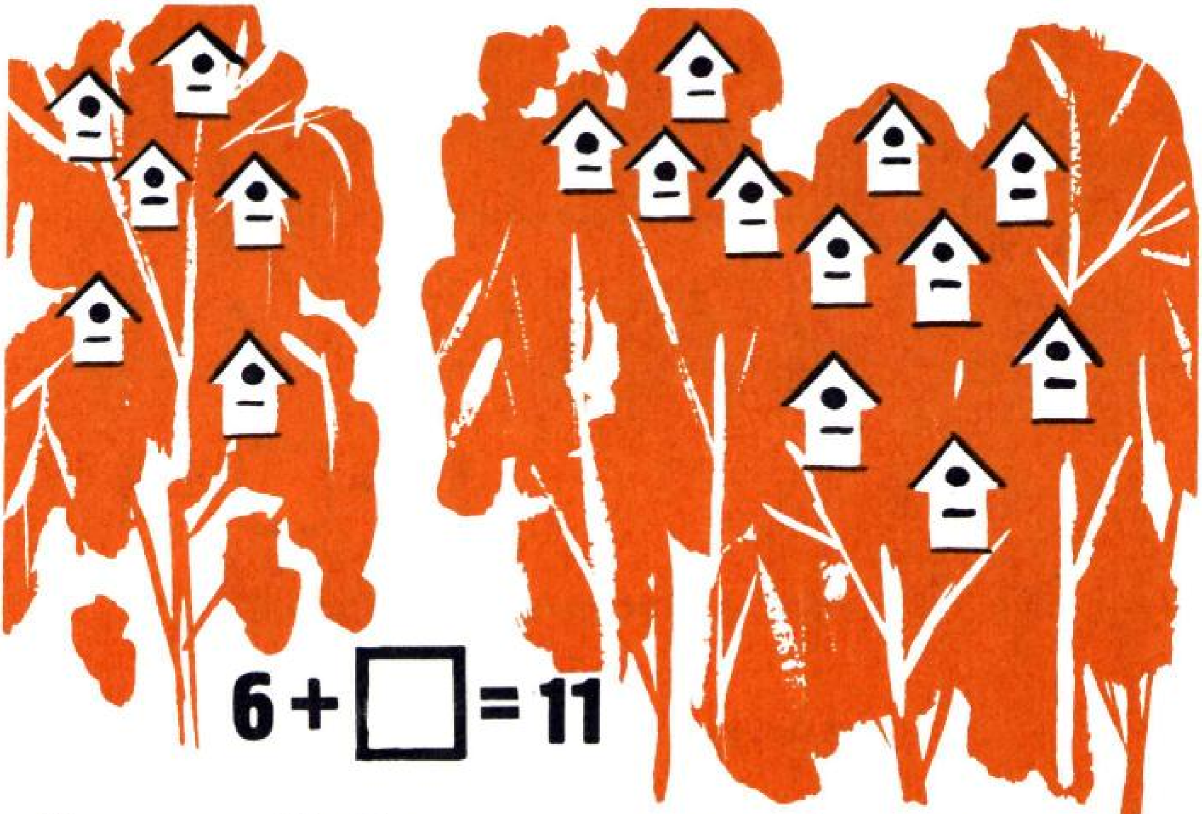
Задача 26. На школьный участок привезли саженцы груш и яблонь. 11 яблонь отдали шестому классу, а остальные саженцы груши посадил пятый класс. Сколько всего саженцев привезли на школьный участок, если пятый класс посадил 7 груш?

$$2 + \square = 7$$

Задача 27. Сколько еще этажей выстроили?

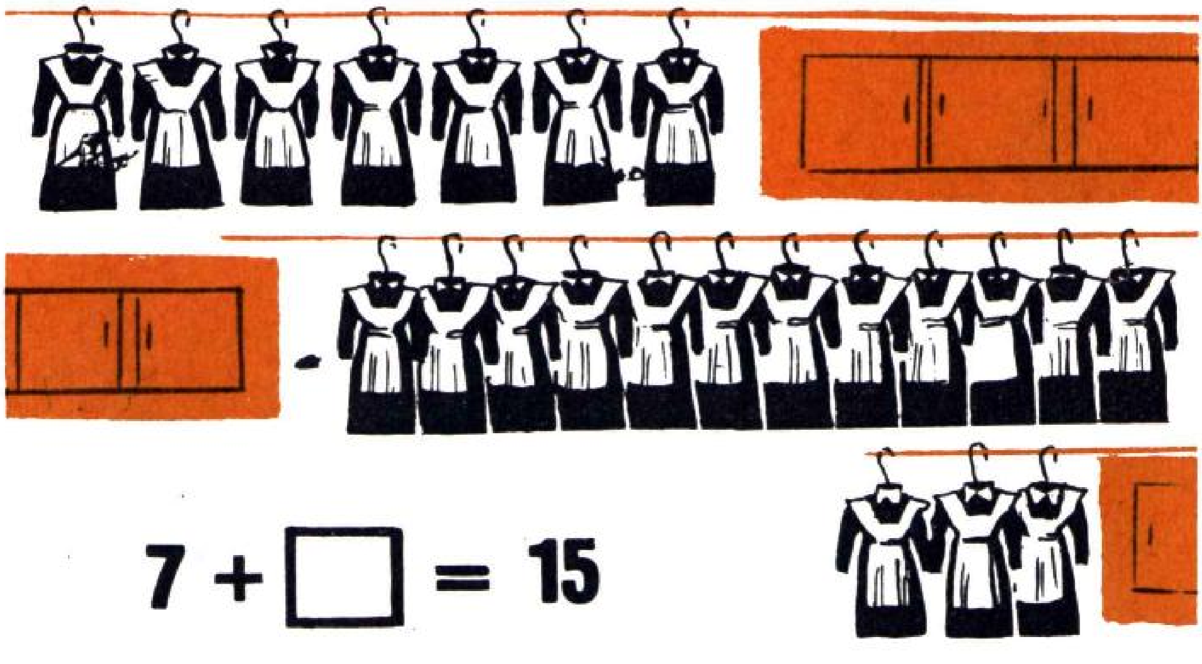
$$10 - \square = 7$$

Задача 28. Сколько обезьянок перевели в другую клетку?



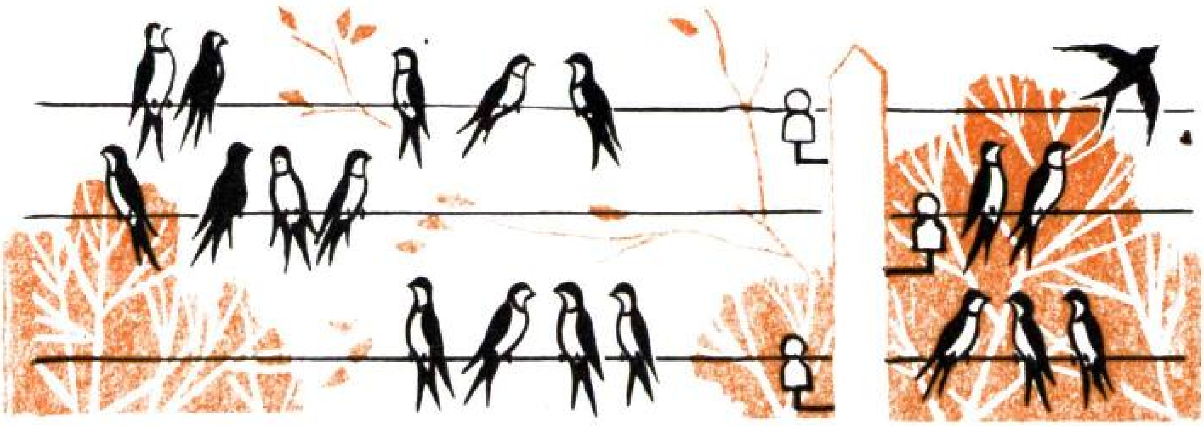
$$6 + \square = 11$$

Задача 29. Сколько скворечников принесли еще пионеры?



$$7 + \square = 15$$

Задача 30. Сколько платьев принесли со склада?



$13 - \square = 5$

Задача 31. Сколько ласточек улетело!

$11 - \square = 8$

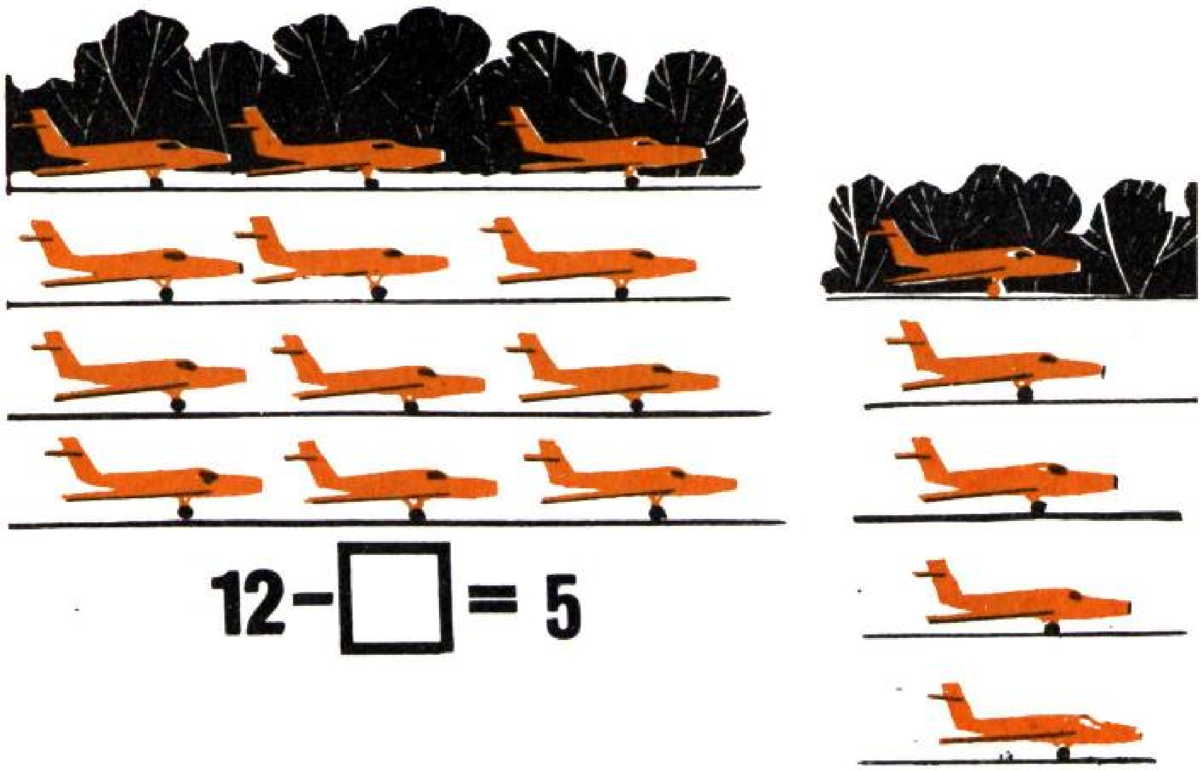
Задача 32. Сколько человек улетело!

$$5 + \square = 14$$

Задача 33. Сколько лип вновь посажено?

$$2 + \square = 11$$

Задача 34. Сколько птичек прилетело?

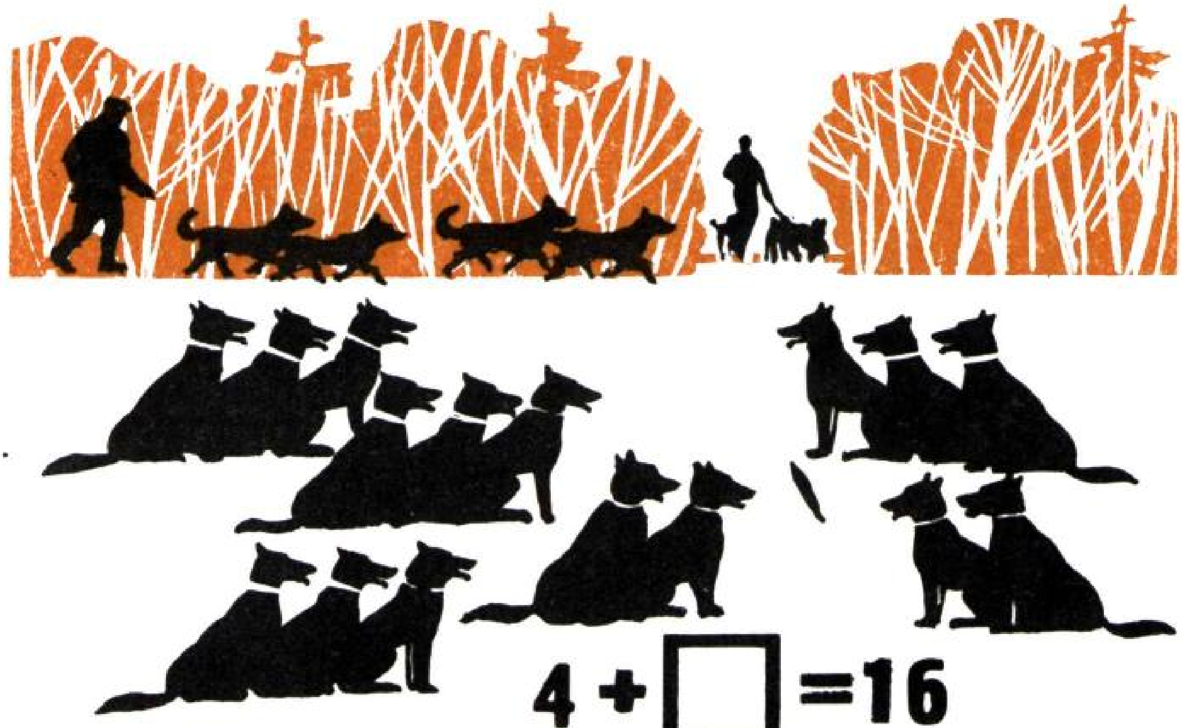


$12 - \boxed{} = 5$

З а д а ч а 35. Сколько самолетов улетело?

$3 + \boxed{} = 12$

З а д а ч а 36. Сколько книг было в связке?



$4 + \square = 16$

Задача 37. Сколько собак было у пограничника на поводке?

$3 + \square = 20$

Задача 38. Сколько человек приехало?

$$6 + \square = 11$$

Задача 39. Сколько детей добавилось?

$$14 - \square = 3$$

Задача 40. Сколько человек вышло из игры?